

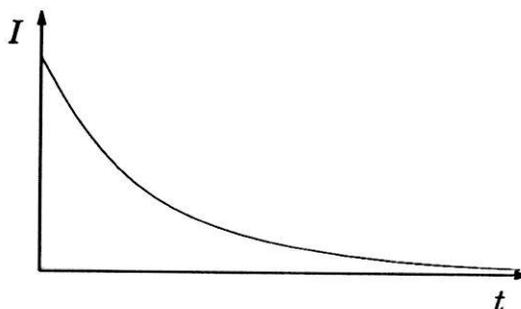
# Chapitre 2

## Le profil instrumental

1. Mesure d'une grandeur physique. Exemples
2. Profil instrumental rectangulaire
3. Profil instrumental. Cas général
4. Illustrations

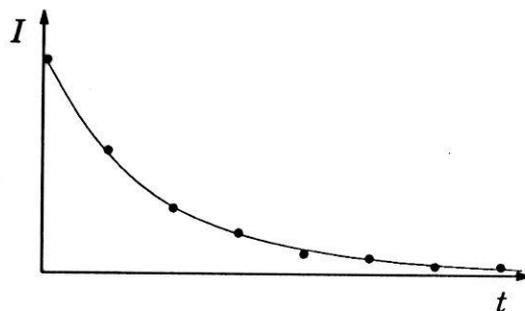
## Mesure d'une grandeur physique

*Exemple 1* : Mesure de la capacité d'un condensateur dans un circuit RC



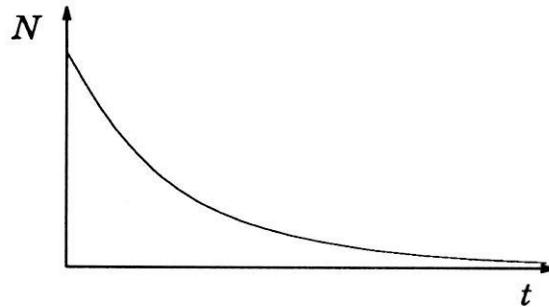
$$I(t) = I_0 e^{-t/RC}$$

$I(t)$  est mesuré à l'aide d'un ampèremètre. On lit l'indication de l'instrument à une série d'instantanés successifs  $t_1, t_2, \dots, t_n$



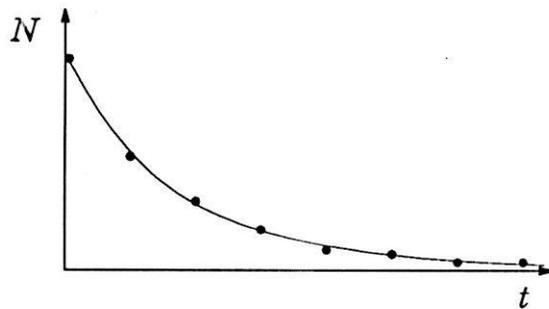
Si la variation de  $I(t)$  est très rapide, on peut filmer les indications de l'ampèremètre et examiner les images une à une. On a alors une série d'images de durée  $\Delta t$  aux temps  $t_1, t_2, \dots, t_n$

*Exemple 2* : Mesure de la demi-vie d'une substance radioactive



$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

$N(t)$  est mesuré à l'aide d'un compteur Geiger. On compte le nombre de particules détectées pendant un intervalle de temps  $\Delta t$  centré autour d'instant successifs  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , et on divise par  $\Delta t$



## Profil instrumental rectangulaire

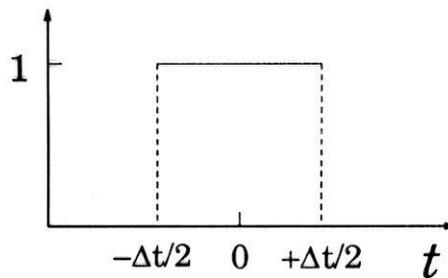
Dans les deux exemples, on mesure la moyenne de la grandeur cherchée dans un intervalle de temps :

$$\left[ t_i - \frac{\Delta t}{2}, t_i + \frac{\Delta t}{2} \right]$$

Si  $y(t)$  est la grandeur à mesurer, on mesure en fait :

$$\tilde{y}(t_i) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i - \Delta t/2}^{t_i + \Delta t/2} y(t) dt$$

Introduisons la fonction rectangle :



$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{\Delta t}{2} \leq t \leq +\frac{\Delta t}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tilde{y}(t_i) = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \Pi(t - t_i) dt$$

On définit la fonction :

$$s(t) = \frac{1}{\Delta t} \Pi(t)$$

telle que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) dt = 1$$

$$\Rightarrow \tilde{y}(t_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) s(t - t_i) dt$$

ou encore :

$$\tilde{y} = s * y$$

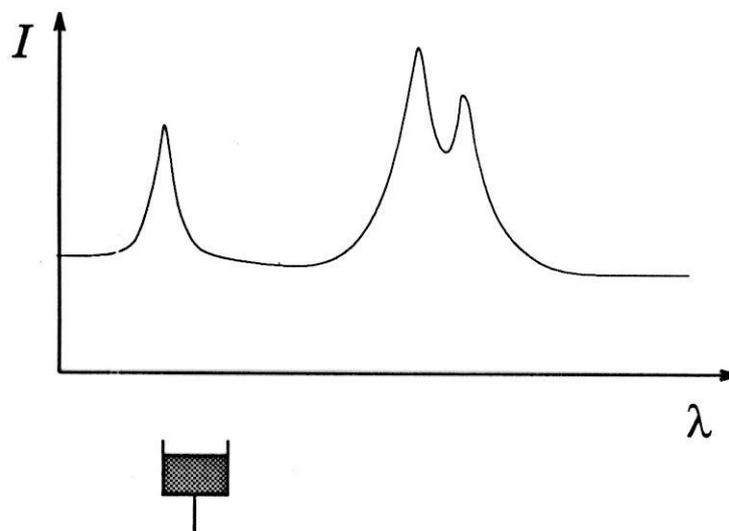
$s$  est le *profil instrumental*

mesure  $\Rightarrow$  *convolution* par le profil instrumental

## Profil instrumental. Cas général

*Exemple 3* : Enregistrement d'un spectre par comptage de photons

$I$  = intensité lumineuse à la sortie d'un spectrographe



- détecteur = semi-conducteur positionné en  $\lambda_i$
- photon absorbé  $\Rightarrow$  paire  $e^- - h^+$
- $\Delta V \Rightarrow e^-$  attiré vers une électrode
- temps d'intégration  $\Delta t$
- ensuite, mesure de la charge électrique accumulée
- puis, déplacement du détecteur en  $\lambda_{i+1}$  et nouvelle mesure

Soit  $\Delta\lambda$  la largeur spectrale correspondant à la dimension du détecteur

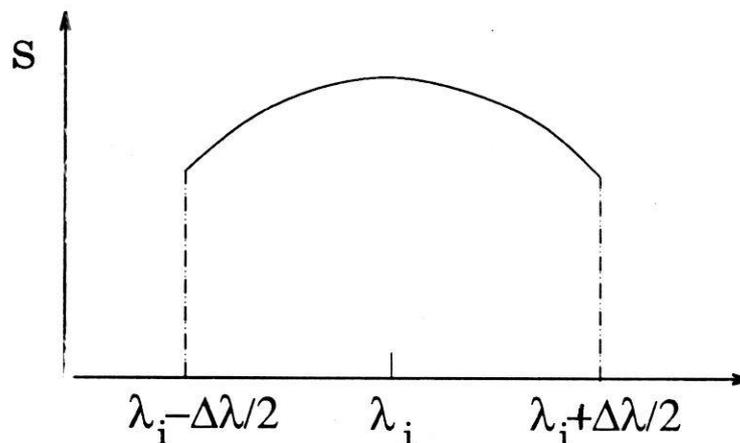
Si détecteur parfait :

$$\tilde{I}(\lambda_i) = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\lambda_i - \Delta\lambda/2}^{\lambda_i + \Delta\lambda/2} I(\lambda) d\lambda$$

$$\tilde{I}(\lambda_i) = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} I(\lambda) \Pi(\lambda - \lambda_i) d\lambda$$

La sensibilité du détecteur peut dépendre du point d'impact du photon :

*Ex* : un photon absorbé près du bord crée une paire  $e^- - h^+$  plus éloignée de l'électrode collectrice qu'un photon absorbé près du centre  $\Rightarrow$  l' $e^-$  libéré près du bord a plus de chances de se recombiner avec un trou avant d'atteindre l'électrode collectrice  $\Rightarrow$  la sensibilité diminue vers le bord



On normalise  $s(\lambda)$  de telle façon que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(\lambda) d\lambda = 1$$

$$\Rightarrow \tilde{I}(\lambda_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\lambda) s(\lambda - \lambda_i) d\lambda$$

$$\tilde{I} = s * I$$

Cas général :

$f(x)$  = grandeur à mesurer (signal d'entrée)

$s(x)$  = profil instrumental

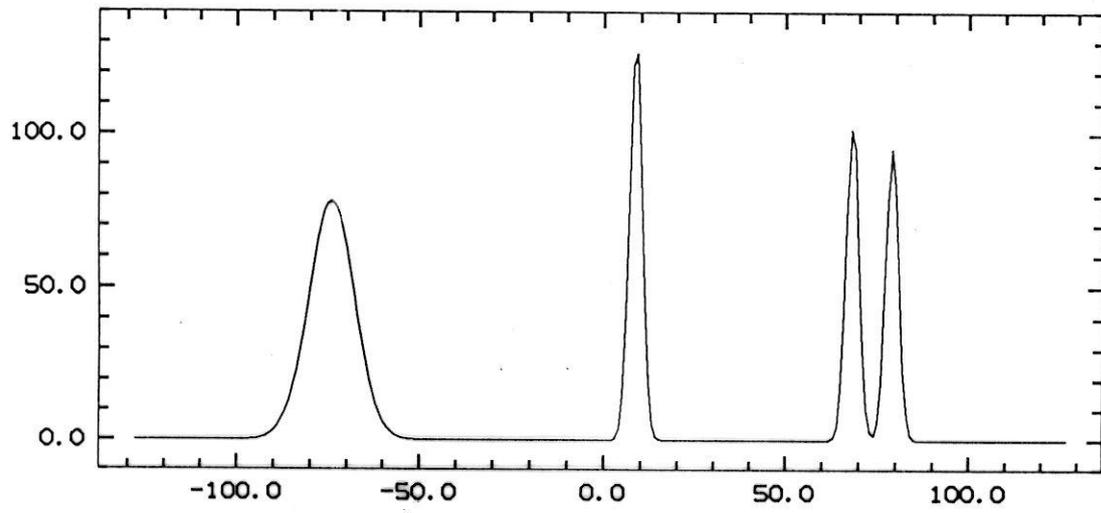
$d(x)$  = résultat de la mesure (signal de sortie)

$$\Rightarrow d(x) = \int s(x' - x) f(x') dx'$$

$$d = s * f$$

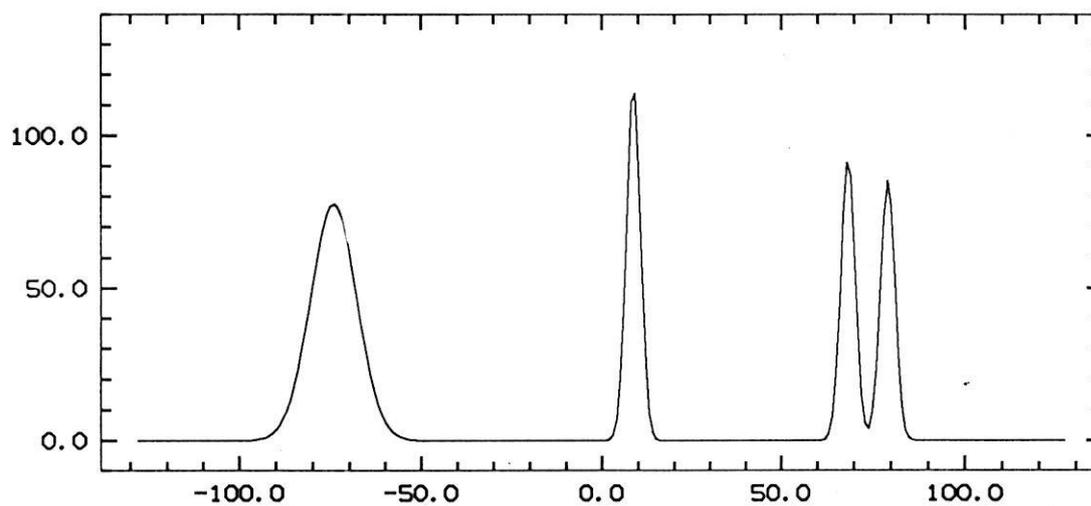
# Illustrations

## 1. Spectre original

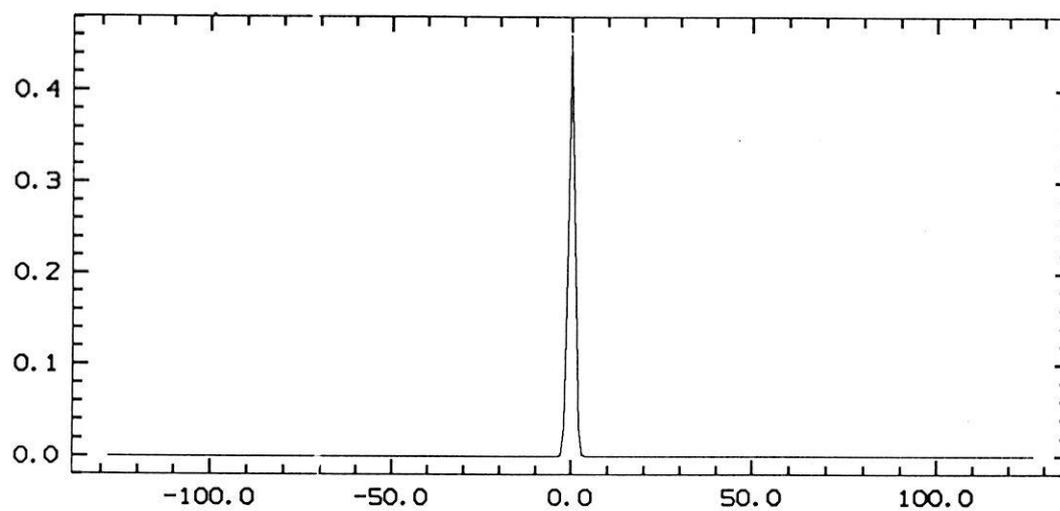


## 2. Profil instrumental étroit par rapport aux raies

*Spectre observé :*

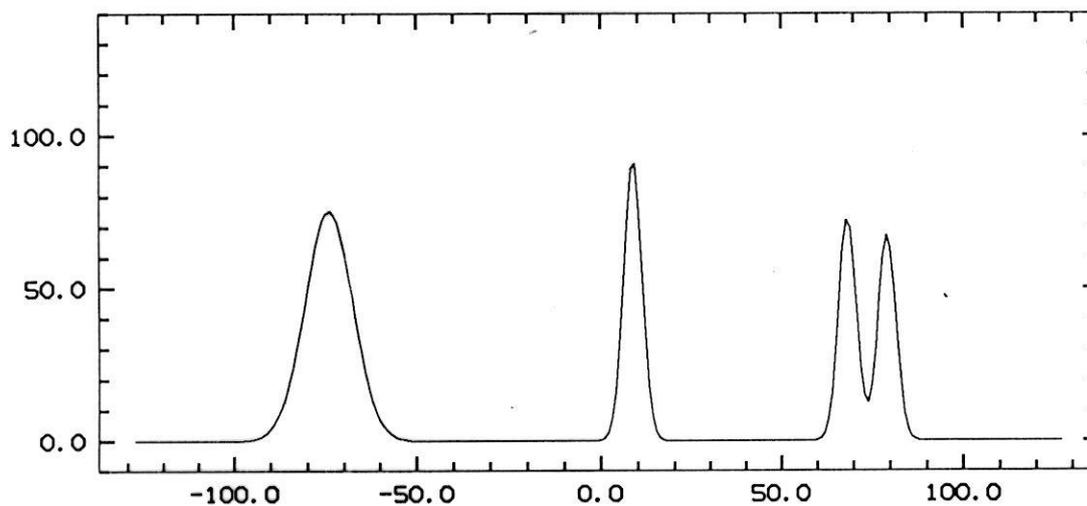


*Profil instrumental :*

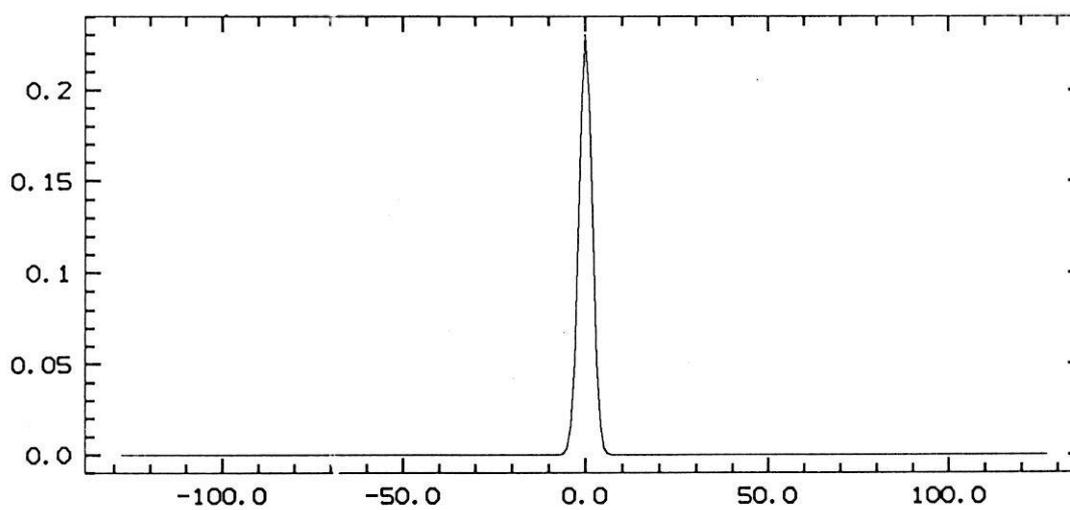


3. Profil instrumental de largeur comparable à celle des raies

*Spectre observé :*

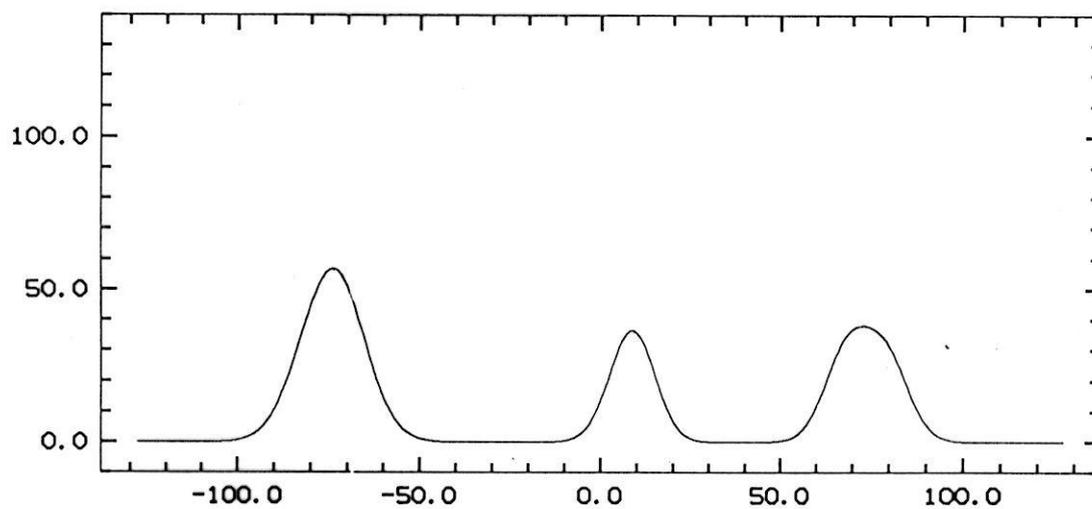


*Profil instrumental :*

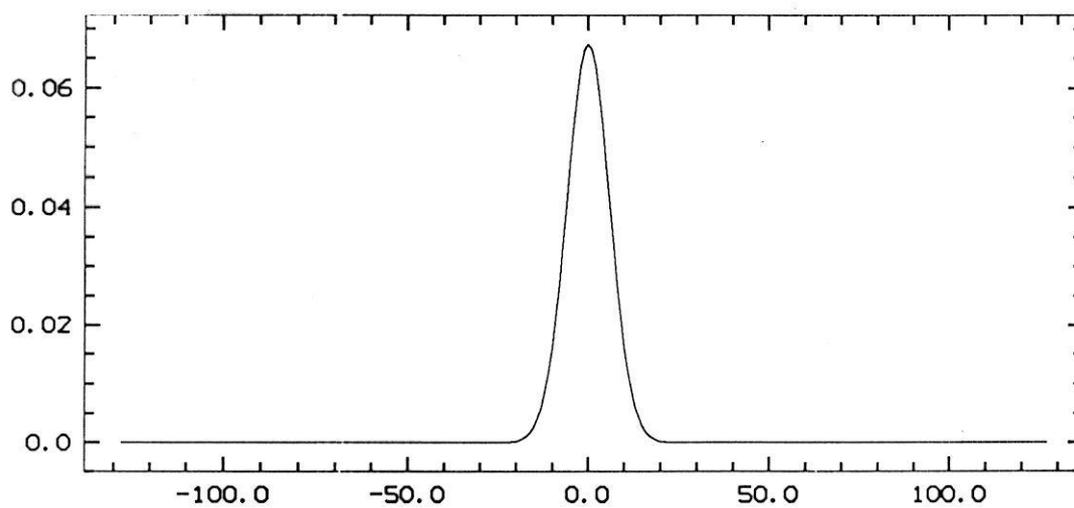


4. Profil instrumental plus large que les raies

*Spectre observé :*

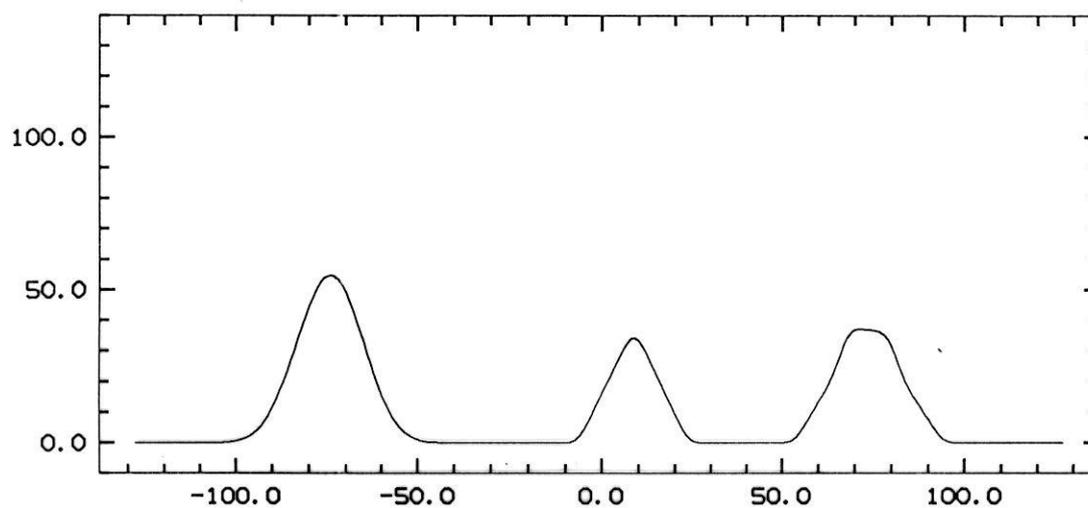


*Profil instrumental :*



## 5. Profil instrumental de forme différente

*Spectre observé :*



*Profil instrumental :*

