Astrophysique et géophysique

Marc-Antoine Dupret

email: ma.dupret @ ulg.ac.be
site web : https://www.astro.ulg.ac.be/~dupret
tel: 04 3669732
Bât. B5c, 1er étage

Modalités du cours: Table des matières

3 parties :

- Astronomie
  - Mouvement apparent des astres
  - Temps
  - Mécanique céleste
  - Distances
- Astrophysique
  - La lumière
  - Etoiles
  - Notre galaxie
  - L'univers
- Géophysique
  - Géophysique interne
  - Géophysique externe

Modalités du cours: Horaires et évaluation

Horaires : 2+3h heures par semaine + Travail

Evaluation : Examen écrit + oral en session
+ rapport avec courte présentation orale

Exercice (écrit), 30%
Astrophysique : Oral, 30%
Géophysique : Oral, 20%
Travail : Ecrit et Oral, 20%

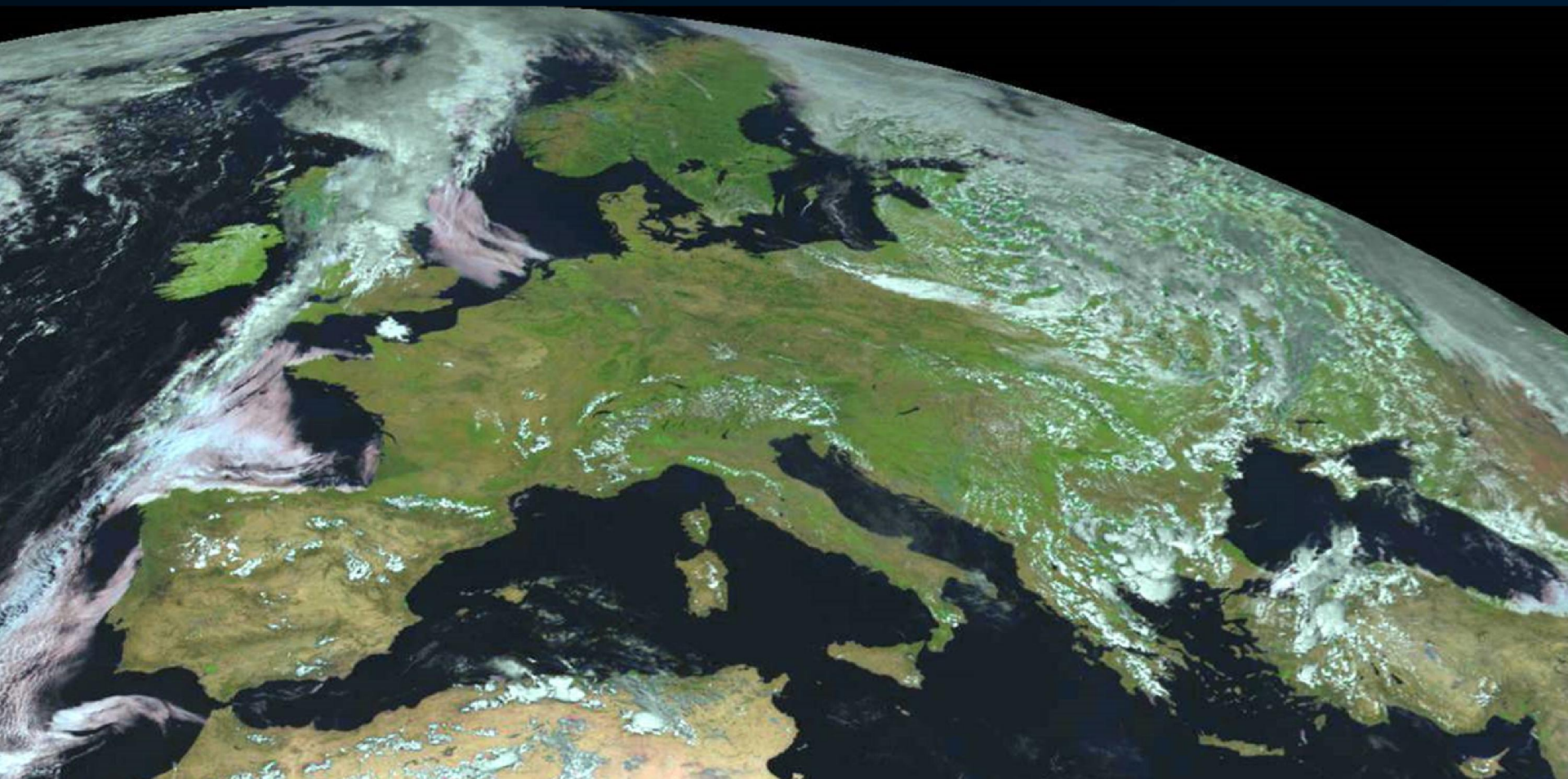
Notre univers …

La terre → Géophysique

Rayon : 6370 km

Demi-grand axe de l'orbite : 149.598 x 10^6 km

= **1 Unité Astronomique (UA)**



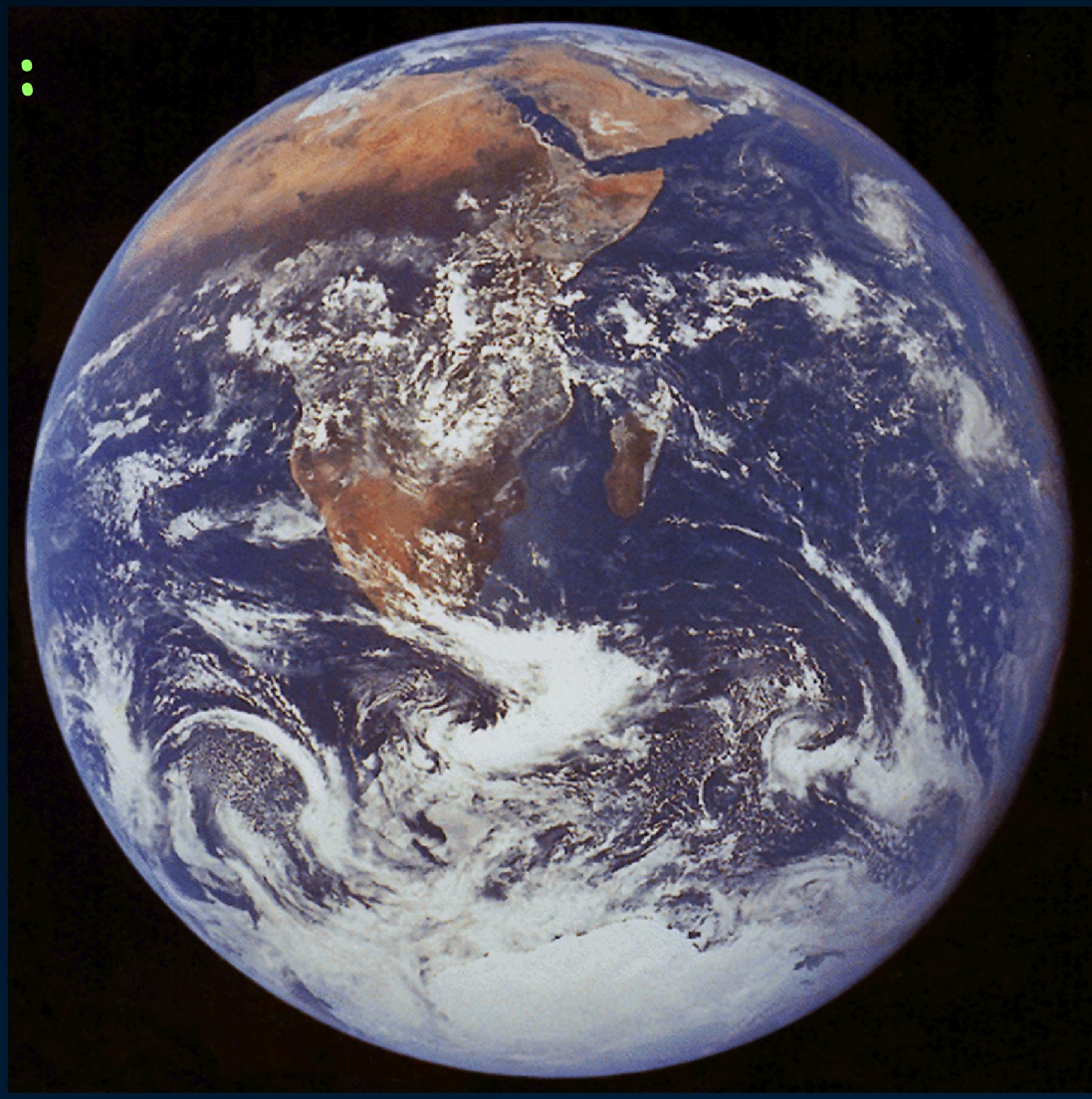
La terre → Géophysique

Géophysique externe :

Physique de l'atmosphère:

- Structure : différentes couches, T, P, …
- Effet de Serre
- Climats
- Ozone

…



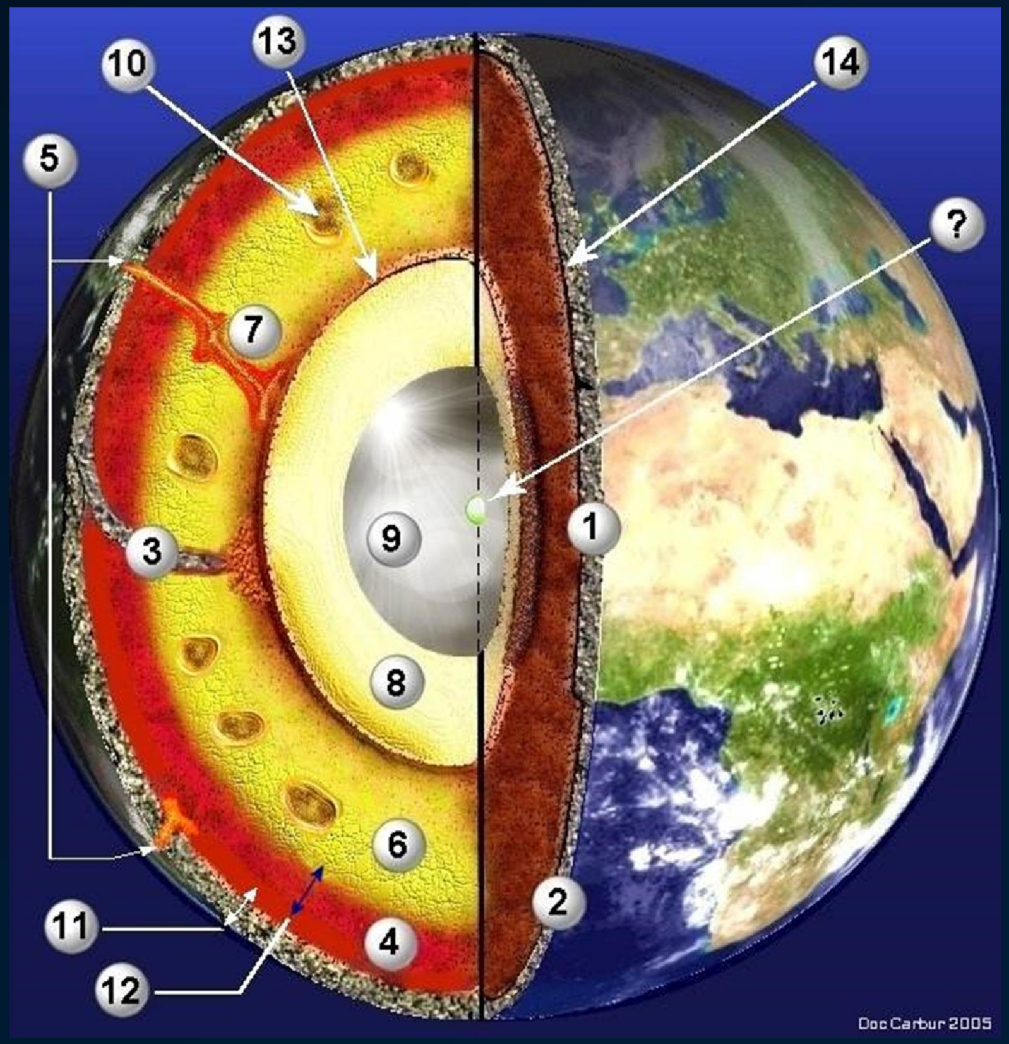
La terre → Géophysique

Géophysique interne :

Intérieur de la terre:

- Structure en couches et sondage sismique
- Magnétisme
- Tectonique des plaques

...



Le soleil

Diamètre : 1 392 000 km ~ 110 terres

Masse : 1.9891×10^{30} kg

Température centrale : 15 000 000 K

Température de surface : 5800 K

Puissance rayonnée : 3.826×10^{26} W

Composition (enveloppe):

Hydrogène : 74%

Hélium : 24.5%

Elements lourds : 1.5%

Au cœur :

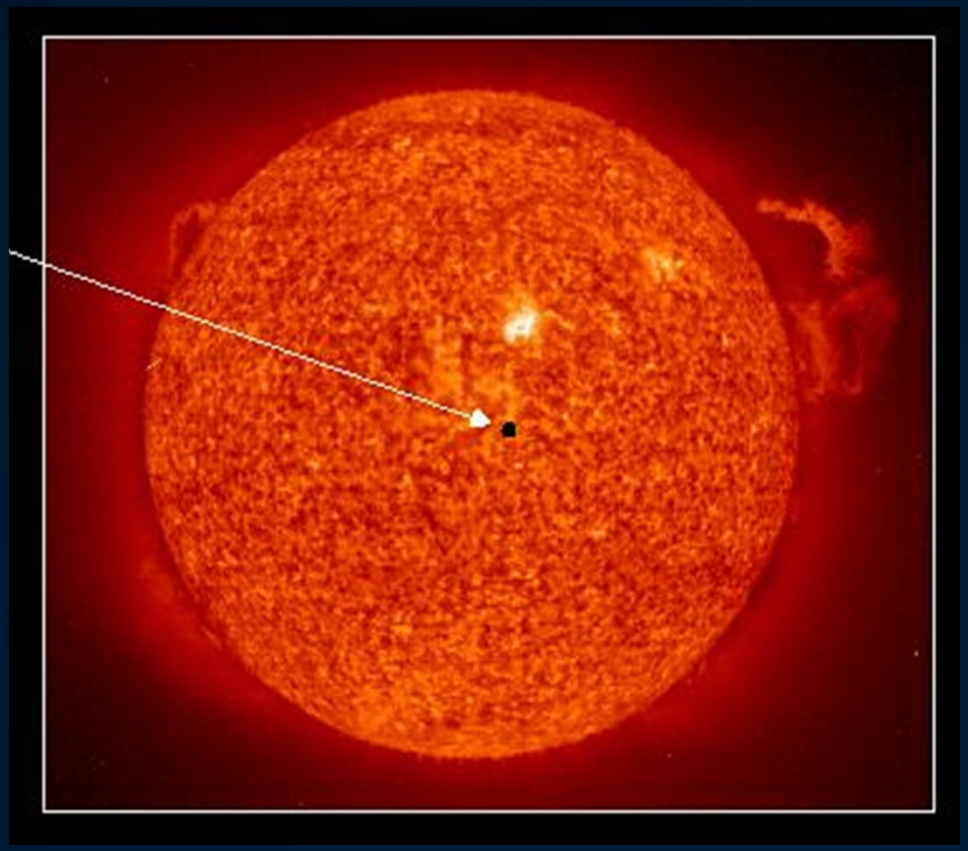
Réactions nucléaires :

$4\ H \longrightarrow He$

Equilibre thermique :

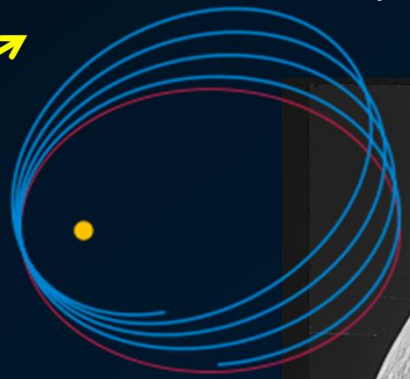
Puissance produite au cœur

= Puissance rayonnée

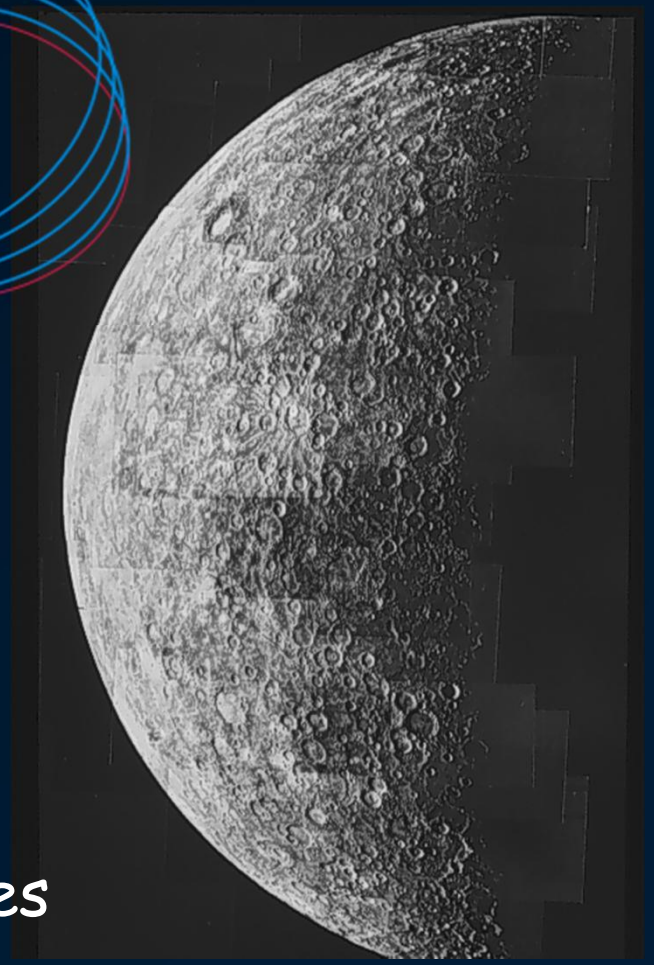


Mercure

Effets relativistes sur l'orbite :
Mouvement du périhélie de Mercure

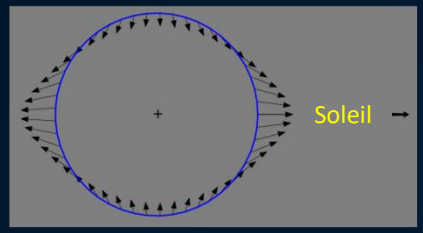


Demi-grand axe : 0.3871 UA
Excentricité = 0.2056
Période orbitale : 87.97 x 24h
Rayon : 2440 km = 0.383 R_T
Masse : 0.055 M_T



Nombreux cratères ➡ Pas d'érosion

$P_{rot} = 2/3\ P_{orb}$



Durée du jour = durée de la nuit
= durée de l'année = 88 jours terrestres

➡ Grand contraste de température jour - nuit

Mariner 10

Mercure

Résultats scientifiques récents :

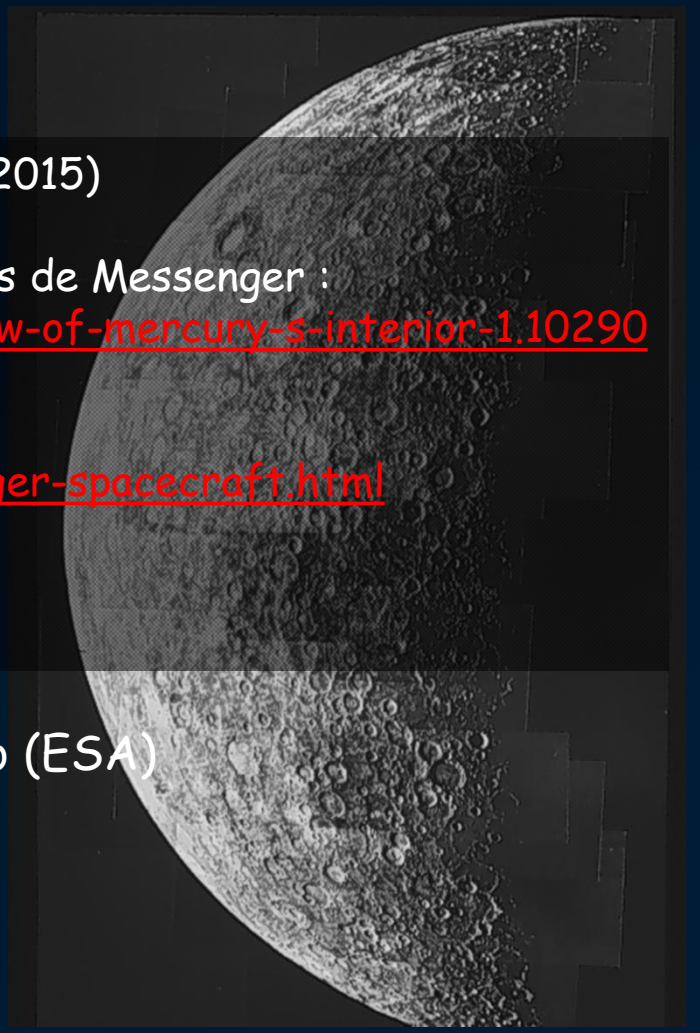
Mission spatiale Messenger (NASA, en orbite de 2011 à 2015)

- Structure interne révélée par l'analyse des perturbations de Messenger :
  http://www.nature.com/news/nasa-probe-spurs-new-view-of-mercury-s-interior-1.10290

- Glaces aux pôles (Messenger) :
http://www.space.com/15045-mercury-water-ice-messenger-spacecraft.html

- Etrange champs magnétique (Messenger) :
http://www.spaceref.com/news/viewpr.html?pid=36219

Futur : Lancement octobre 2018 !! de BepiColombo (ESA)
(en orbite en 2025)



Vénus

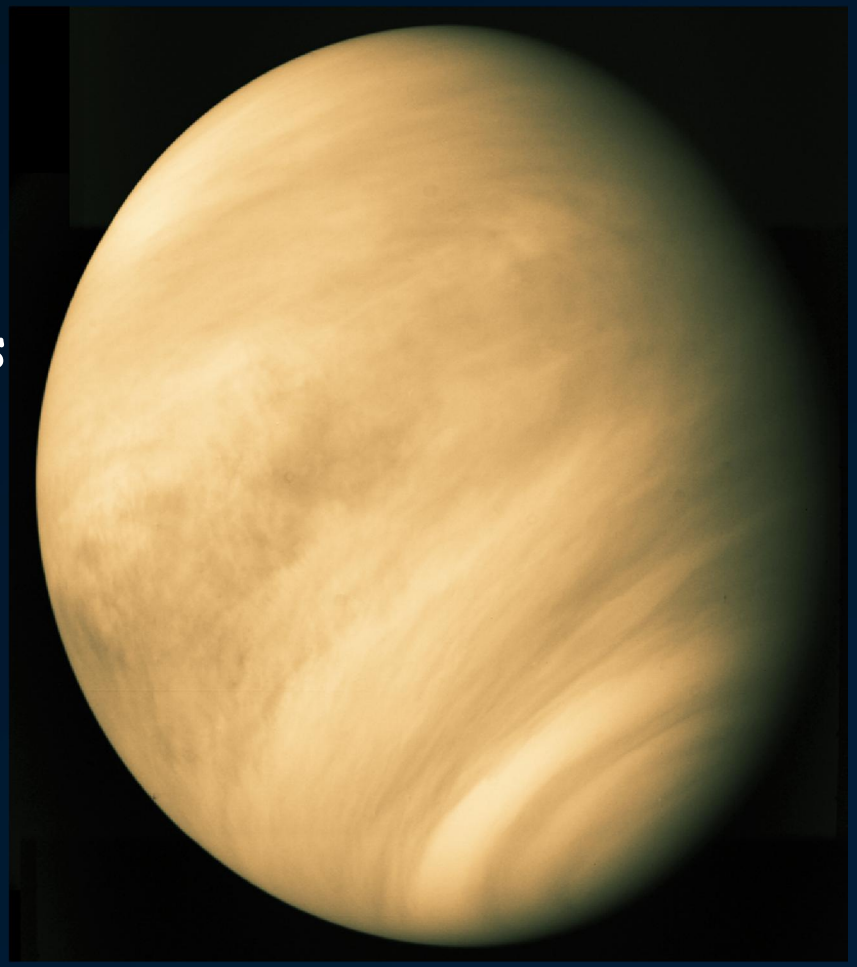
Demi-grand axe : 0.723 UA
Période orbitale : 0.24 années
Rayon : 0.949 R_T
Masse : 0.82 M_T

Atmosphère épaisse : P ~ 90 bars

Composée de 96 % de CO_2

➡ Effet de serre considérable

➡ T_s ~ 460 °C



Mariner 10 1974

Vénus

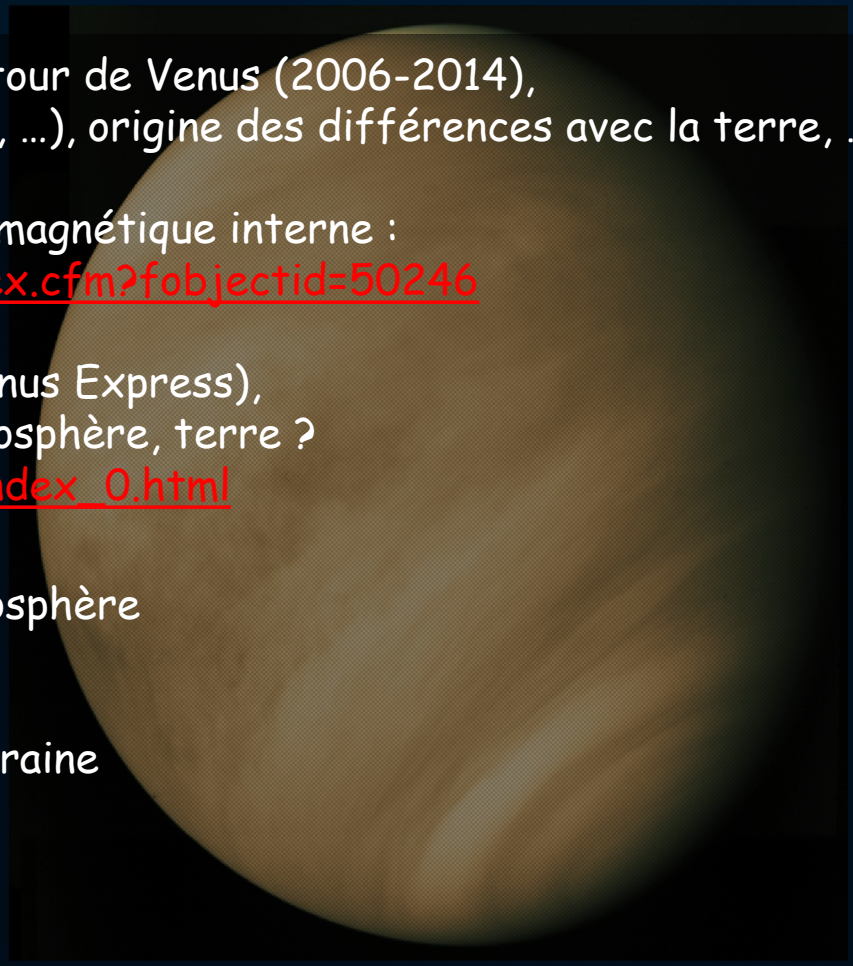
Résultats scientifiques récents :

Mission spatiale Venus Express : En orbite autour de Venus (2006-2014),
But : étude de l'atmosphère (effet de serre, …), origine des différences avec la terre, …

- Magnétosphère malgré l'absence de champs magnétique interne :
http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=50246

- Ralentissement de la vitesse de rotation (Venus Express),
Cause : Echange de moments cinétiques: atmosphère, terre ?
http://www.esa.int/esaCP/SEM0TLSXXXG_index_0.html

- Accélération de la super rotation de l'atmosphère
- Vortex polaire à structure variable
- Indices d'une activité volcanique contemporaine
- Présence d'ozone dans l'atmosphère
- Perte d'eau par l'atmosphère
- …



Mariner 10 1974

La Terre

Demi-grand axe : 149.598 x 10^6 km = 1 Unité Astronomique (UA)
Période orbitale : 1 an
Rayon : 6371 km
Masse : 5,9736$\times 10^{24}$ kg

Galileo 1990

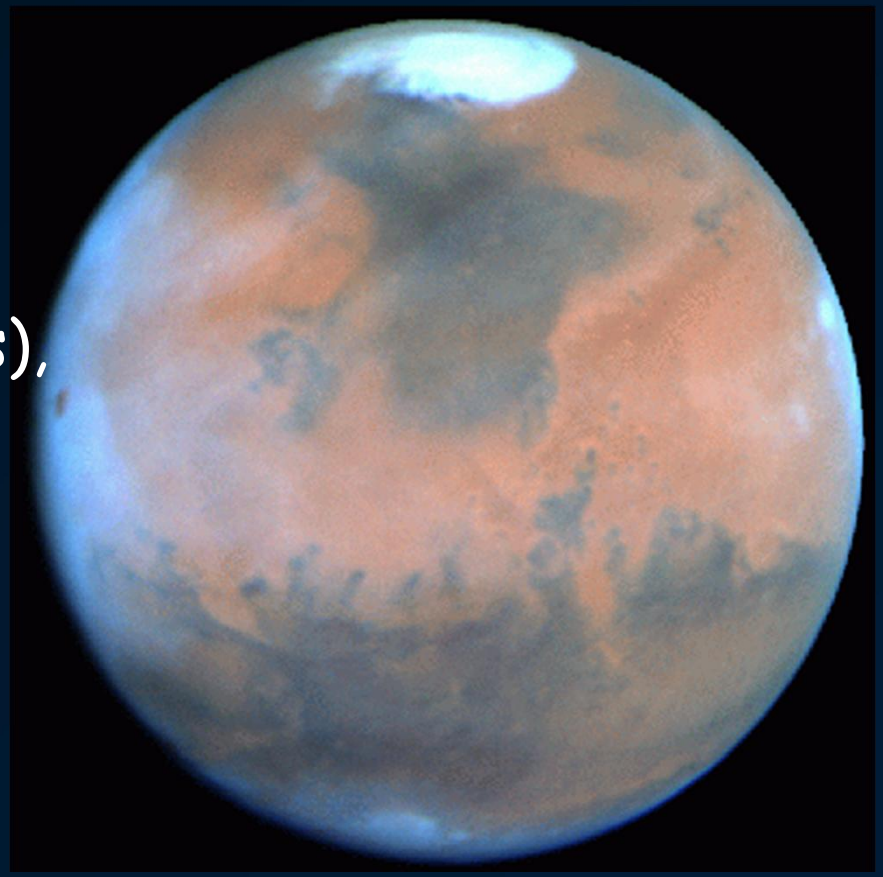
Mars

Demi-grand axe : 1.523 UA
Période orbitale : 1.88 années
Rayon : 0.532 R_T
Masse : 0.11 M_T

Atmosphère ténue (0.008 bars), calottes glaciaires

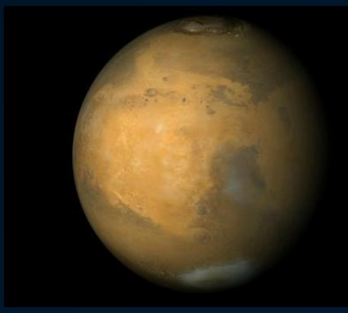
Traces d'eau par le passé

→ **Vie par le passé ??**



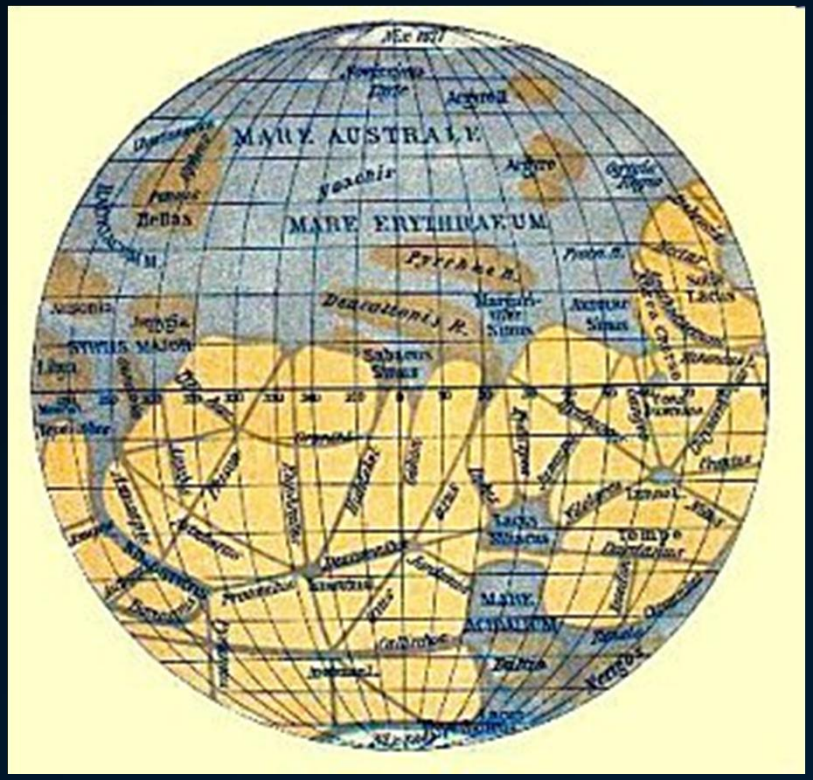
HST 1995

Mars

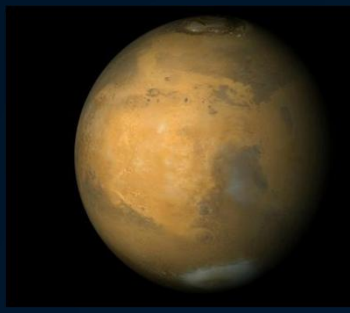


Les canaux de mars : histoire d'une illusion …

"Découverts" en 1877



Mars



Résultats scientifiques récents :

- Beaucoup d'eau durant le 1er milliard d'année montré par Mars Express (depuis fin 2003) :

  http://www.esa.int/esaCP/SEMKT91VW3H_index_0.html

  http://www.esa.int/esaCP/SEMVINVX7YG_index_0.html

  Quoi que : http://news.discovery.com/space/mars-water-history-dry-clay-120909.html#mk

- Etude du climat (depuis 1 million d'années) par l'analyse des calottes polaires :
  http://www.eurekalert.org/pub_releases/2012-09/uoc-mdc090612.php
  et des cratères révélant les couches plus profondes :
  http://www.esa.int/esaSC/SEMD285XX2H_index_0.html

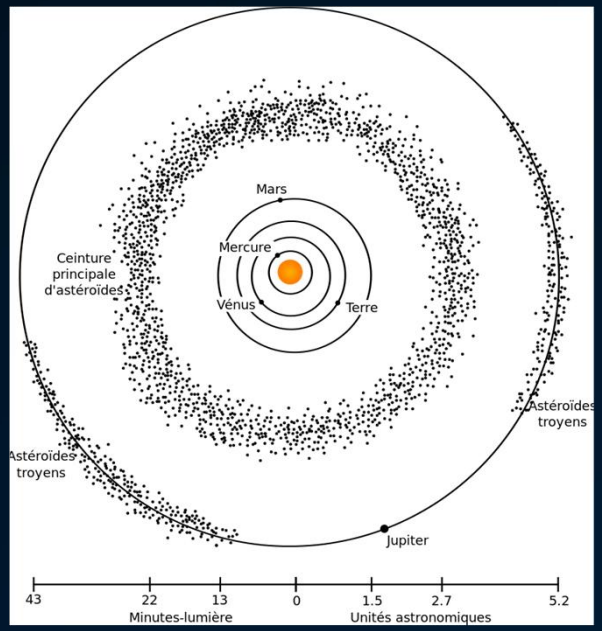
- Début de tectonique des plaques (Mars Odyssey) :
  http://newsroom.ucla.edu/portal/ucla/ucla-scientist-discovers-plate-237303.aspx

- Les rovers de la NASA : Opportunity, Spirit, …
  http://www.jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=2012-131&rn=news.xml&rst=3364
  Curiosity (depuis août 2012) https://www.nasa.gov/mission_pages/msl/index.html

La ceinture d'astéroïdes

Millions de petits corps : grains de poussières à qq. Kilomètres
+ quelques plus gros dont une planète naine: Cérès (R=480 km)

Différentes familles selon la composition
- Les plus abondants: riches en silicates, modifiés au cours du temps
- Les plus intéressants: riches en carbone,
  composition du système solaire primitif

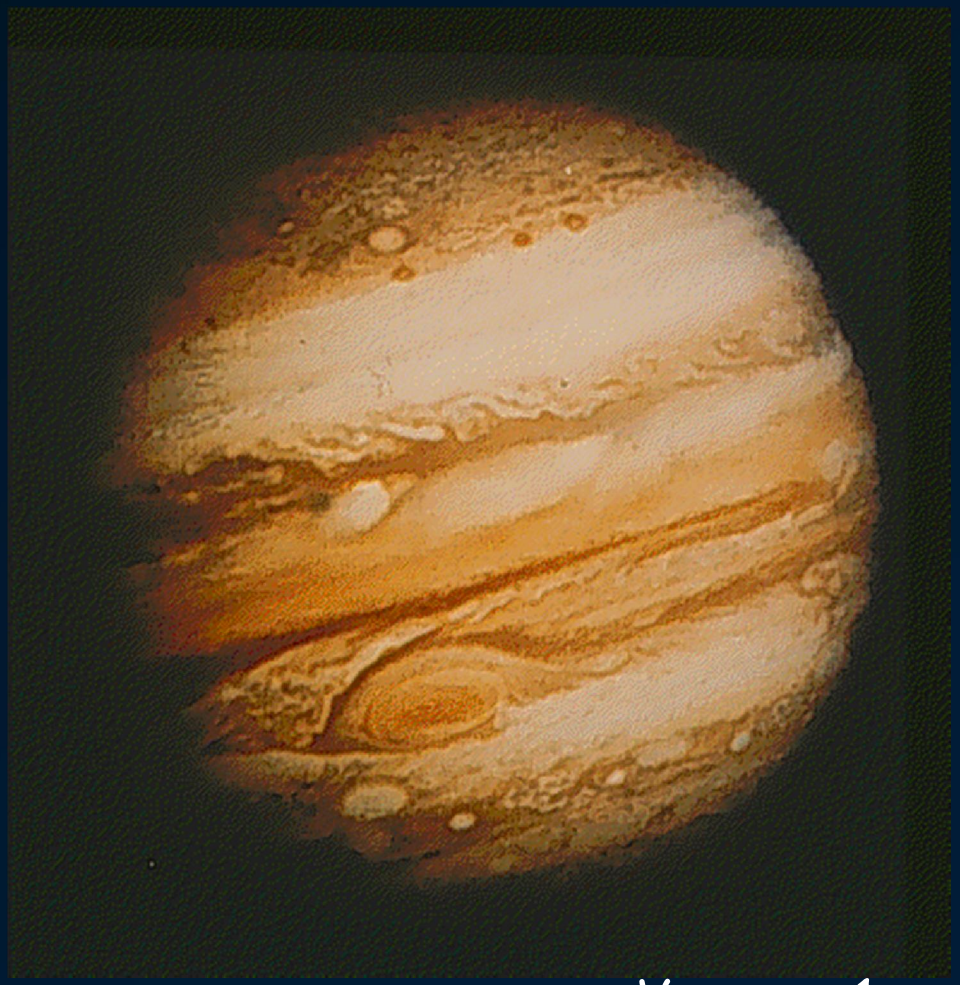


Jupiter

Demi-grand axe : 5.203 UA
Période orbitale : 11.86 années
Rayon : 11.209 R_T
Masse : 317.8 M_T

63 satellites,
dont les satellites galiléens
(Io, Europe, Ganymède, Callisto)

Argument de Galilée (1610)
en faveur du modèle héliocentrique
de Copernic



Voyager 1

Jupiter

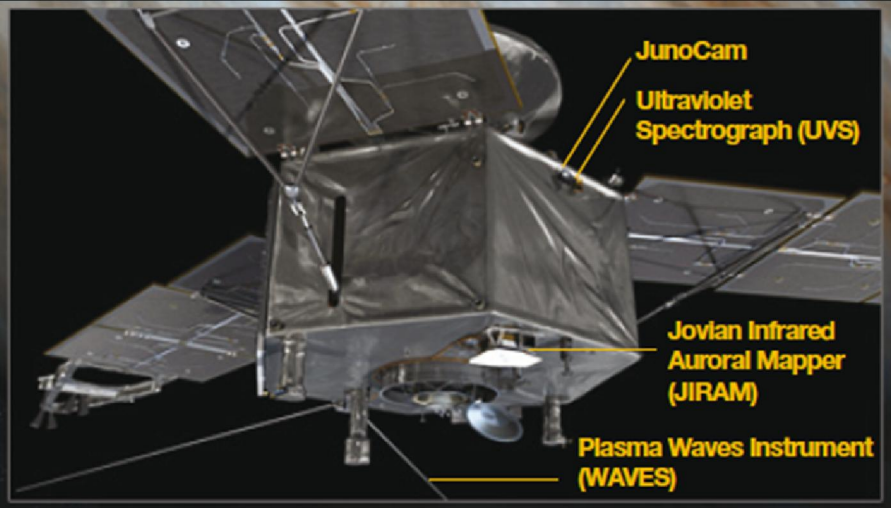
Résultats scientifiques récents :

Aurores polaires de Jupiter et interaction avec Io analysées par des astronomes Liégeois : http://www.agu.org/pubs/crossref/2012/2011GL050253.shtml

Grandes questions:

- Formation, structure interne (cœur solide) et évolution de Jupiter
- Informations sur le système solaire primordial

Juno (2011-2016-2018)



Juno's Science Instruments

Gravity Science and Magnetometers
Study Jupiter's deep structure by mapping the planet's gravity field and magnetic field

Microwave Radiometer
Probe Jupiter's deep atmosphere and measure how much water (and hence oxygen) is there

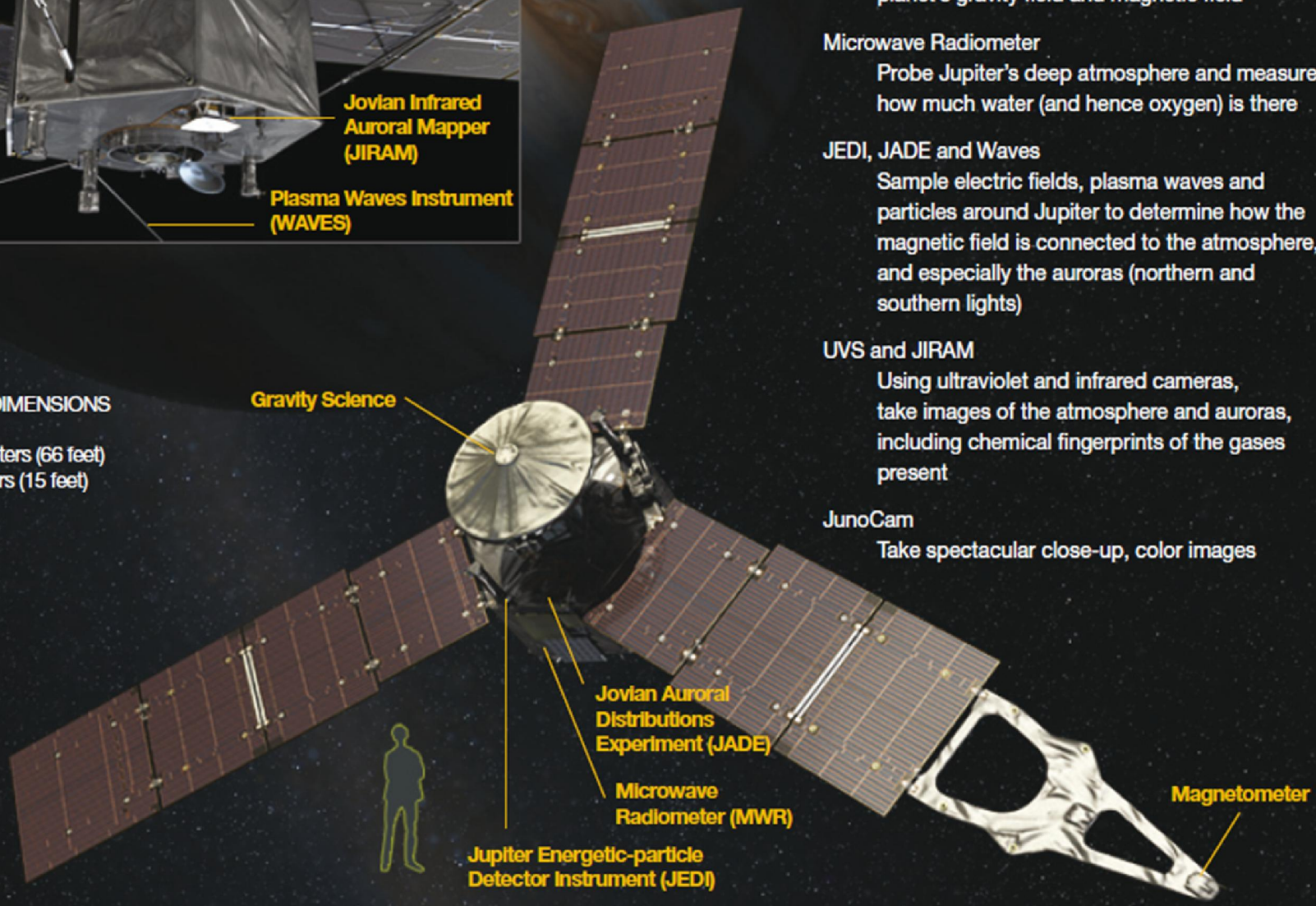
JEDI, JADE and Waves
Sample electric fields, plasma waves and particles around Jupiter to determine how the magnetic field is connected to the atmosphere, and especially the auroras (northern and southern lights)

UVS and JIRAM
Using ultraviolet and infrared cameras, take images of the atmosphere and auroras, including chemical fingerprints of the gases present

JunoCam
Take spectacular close-up, color images

SPACECRAFT DIMENSIONS

Diameter: 20 meters (66 feet)
Height: 4.5 meters (15 feet)



Les satellites galiléens

Callisto Voyager 2

Ganymede Voyager 1

Les satellites galiléens

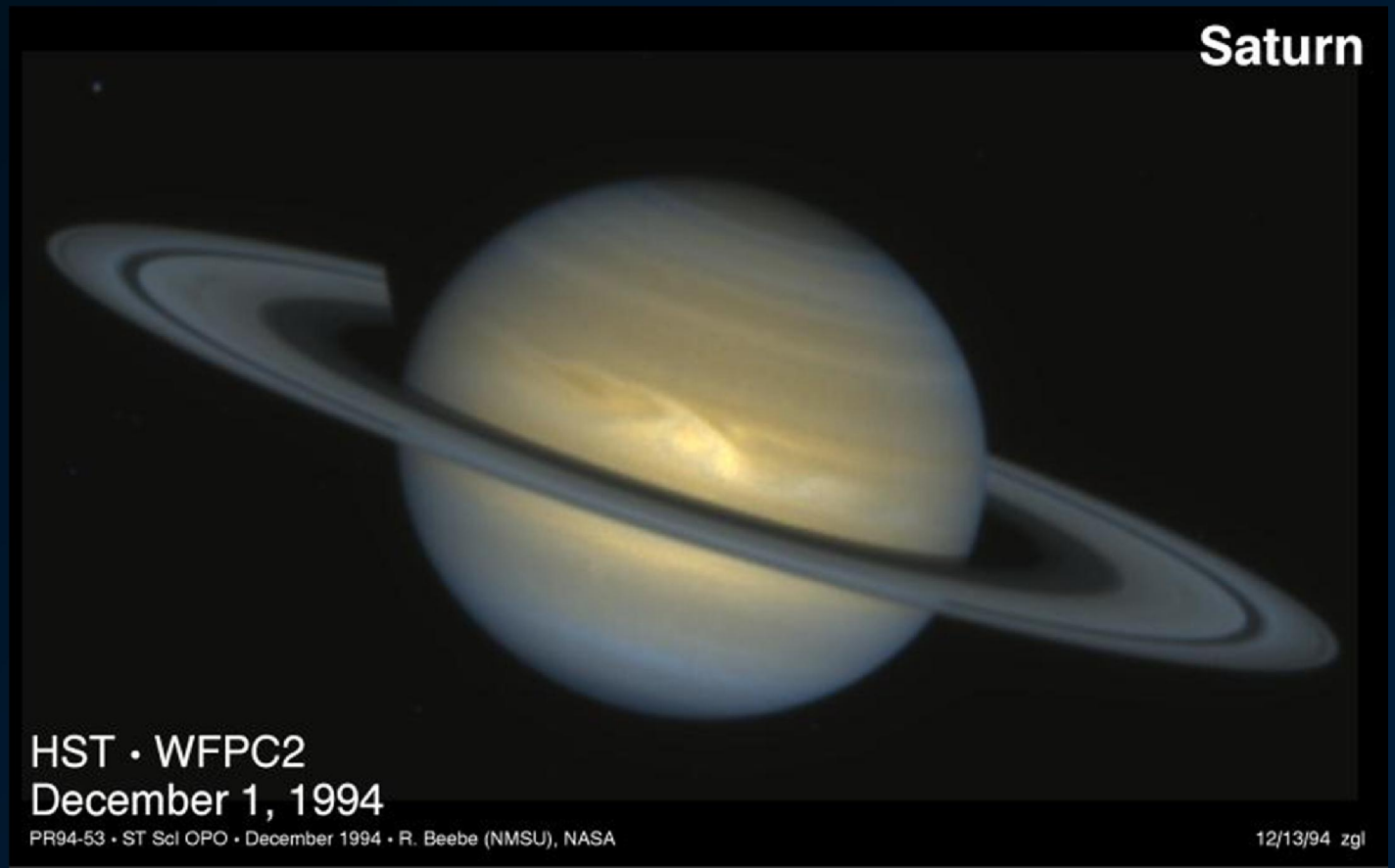
Voyager 1

Océan d'eau souterrain, oui mais acide donc pas de vie : http://www.astrobio.net/exclusive/4597/acidic-europa-may-eat-away-at-chances-for-life
et problème de la protection contre les électrons énergétiques de la magnétosphère : http://www.astrobio.net/exclusive/4659/how-deep-must-life-hide-to-be-safe-on-europa

Saturne

Demi-grand axe : 9.537 UA
Période orbitale : 29.46 années
Rayon : 9.449 R_T
Masse : 95.2 M_T

Anneaux = blocs de glace ~ 10 m



Saturne

Cassini-Huygens – NASA & ESA

En orbite autour de Saturne à partir de 2004 (après 6.5 ans de voyage)
Fin de la mission: septembre 2017

Saturne

Résultats scientifiques récents :

- Observation Liégeoise des aurores de Saturne :

https://www.ras.org.uk/news-and-press/219-news-2012/2101-cassini-makes-simultaneous-measurements-of-saturns-nightside-aurora-and-electric-current-system

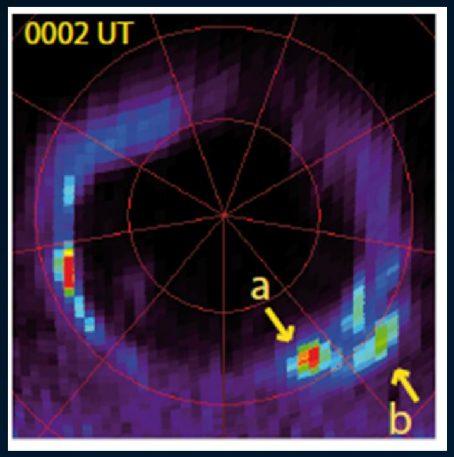
- Observation d'un éclair par Cassini : http://www.jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=201

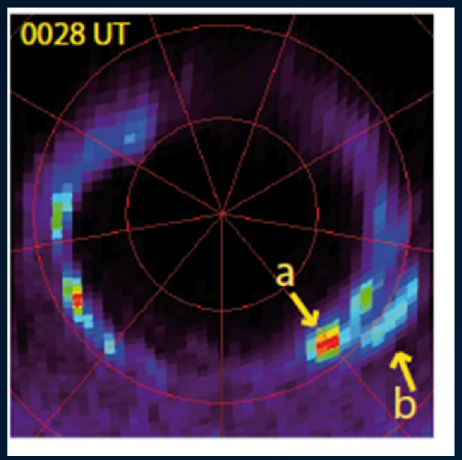
- L'étrange Anneau F et son interraction avec Prométhée (D=150 km) :

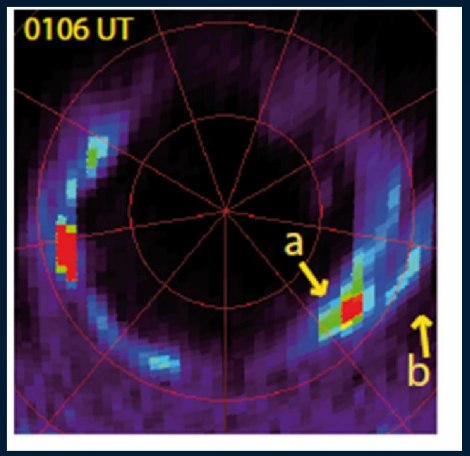
http://www.jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=2012-111&cid=release_2012-111&msource=1

http://www.newscientist.com/article/dn21595-astrophile-flaring-fairy-lights-of-saturns-f-r

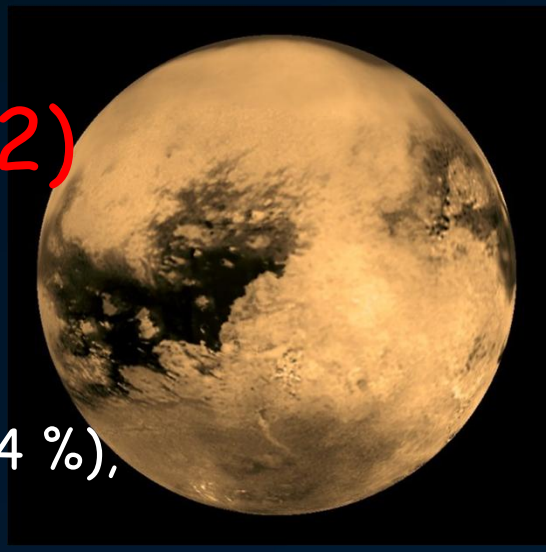
Radioti et al., 2013







Satellites de Saturne (62)



Titan :

Diamètre ~ 5150 km, épaisse atmosphère de N_2 (98.4 %),
+ nuages de méthane-éthane
↪ Vents, pluies, lacs, chimie organique complexe (~ terre)
Mais T_s ~ -180 °C !

Résultats scientifiques « récents » :

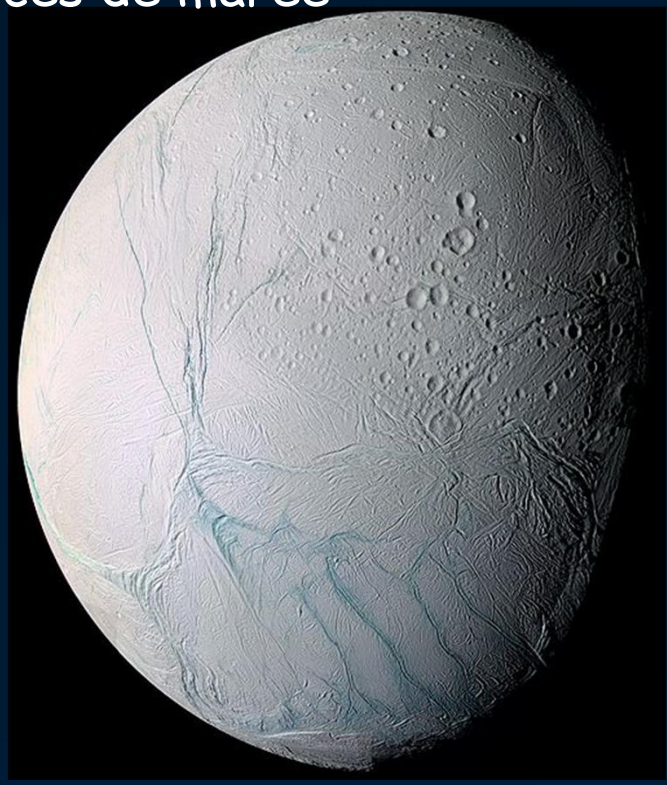
Module Huygens parachuté par Cassini sur Titan début 2005 + mesures de Cassini :

- Structure de l'atmosphère et vents de Titan : http://www.space.com/14247-saturn-moon-ti
  Vortex polaires : http://www.nasa.gov/mission_pages/cassini/multimedia/pia14919.html
- Lacs de méthane :
  http://www.jpl.nasa.gov/news/news.cfm?release=2012-172&cid=release_2012-172&msource
- Océan sous sa surface : http://www.nasa.gov/home/hqnews/2012/jun/HQ_12-218_Saturn_
- Bilan d'énergie, pas de source interne :
  http://www.universetoday.com/92310/a-balanced-budget-on-titan/

Satellites de Saturne (62)

Encelade (Diamètre ~ 500 km) :

Géologie très complexe, tectonique (failles),
geysers d'eau carbonique (cryovolcanisme), neige depuis 10^8 ans
➡ source de chaleur interne : radioactivité, forces de marée



Résultats scientifiques récents :

Sur l'océan souterrain et les geysers :
http://www.bbc.co.uk/news/science-environment-17550834
http://www.spaceref.com/news/viewpr.html?pid=35644

Uranus

Demi-grand axe : 19.23 UA
Période orbitale : 84 ans
Rayon : 4 R_T
Masse : 14.6 M_T

Angle entre axe des pôles et axe orbite = 98°

➡ Collision ?

Aurores observées par Hubble :

http://www.agu.org/news/press/pr_archives/2012/2012-19.shtml

Neptune

Demi-grand axe : 30.07 UA
Période orbitale : 165 ans
Rayon : 3.9 R_T
Masse : 17.2 M_T

Histoire de sa découverte:

- Prédictions indépendantes par Adams et Le Verrier pour expliquer les perturbations de l'orbite d'Uranus

- Observée à l'endroit prévu par J. G. Galle (1846)

➡ Triomphe de la théorie Newtonienne de la gravitation

La ceinture de Kuiper

30 -> 55 UA

Petits astéroïdes
+ au moins **3 planètes naines** dont **Pluton**

Pluton

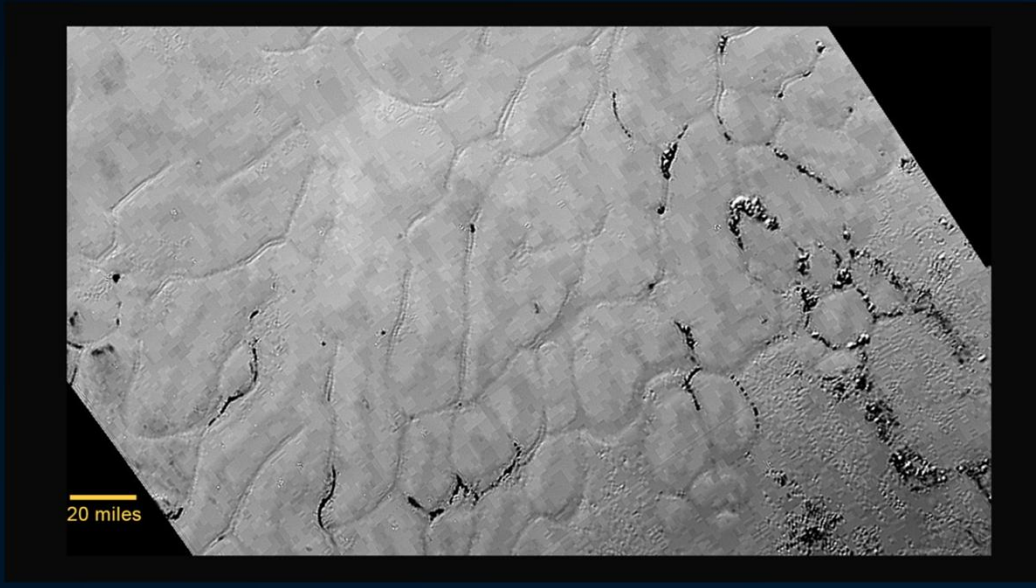
Demi-grand axe : 39.4 UA
Période orbitale : 248 ans
Excentricité : 0.25
Rayon : 1 185 km

Observés en juillet 2015 par la sonde **New Horizons** (NASA)

Signes d'**activité** remontant à moins de 100 millions d'années

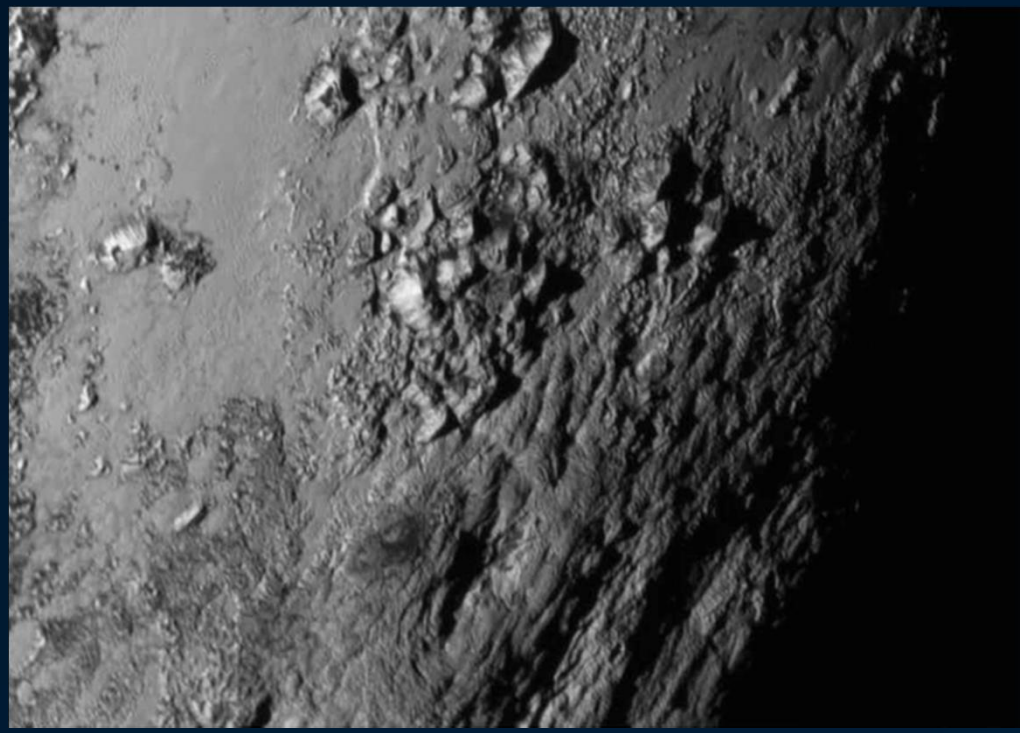
Pluton

- Plaine de glace « Spoutnik »:
  Origine des structures :
  Variation distance au soleil ?
  Cryovolcanisme ?
- Epenchements de glace ~ Triton
  -> geysers ?
- Glaciers jeunes ~ 10^7 ans
- Montagnes de glace
  -> 3500 m, glace d'eau, jeunes



Origine de l'activité ?
Source d'énergie ?

Radioactivité ? -> petite taille …
Energie issue de l'impact originel ?
-> trop ancien …
-> Système Pluton – Charon
formé beaucoup plus récemment ?



Pluton

- Atmosphère : 98% de N_2

Aux alentours du périhélie (maintenant) :
Photoionisation : $N_2 + h\nu$ (UV) -> $N_2^+ + e^-$

Comme dans l'ionosphère terrestre

Ions emportés par le vent solaire (~ Mars et Vénus)

1 satellite : Charon

Pas d'atmosphère

Signes de « jeunesse » et activité :
Peu de cratères, dépots sombres

https://www.nasa.gov/image-feature/charon-s-surprising-youthful-and-varied-terrain
http://news.sciencemag.org/space/2015/07/pluto-alive-where-heat-coming
http://www.space.com/29961-pluto-ice-mountains-nasa-photos.html
http://www.space.com/29963-pluto-charon-photos-mysteries-new-horizons.html
http://news.sciencemag.org/space/2015/07/potential-geysers-spotted-pluto
http://news.discovery.com/space/plutos-atmosphere-is-swept-back-like-a-comets-tail-150720.htm
http://news.sciencemag.org/space/2015/07/glacierlike-ice-flows-detected-pluto-s-surface

Les étoiles …

Des centaines de milliards de centaines de milliards de soleils …

Etoile la plus proche : proxima Centauri

Distance = 4.2 années lumières
= 270 000 Unités Astronomiques

Immense espace « vide » entre les étoiles

Si D_{terre} → 1 mm
D_{soleil} → 10 cm
$d_{terre\text{-}soleil}$ → 10 m
$d_{soleil\text{-}étoile}$ → 3000 km

Les étoiles « naissent », « évoluent » et puis « meurent ».

Les étoiles

Des étoiles très différentes les unes des autres

- Etoiles de séquence principale : Fusion de H en He
  90 % des étoiles, ex: notre Soleil

- Géantes rouges : rayon ~ 10-100 $R_\odot$
  Principalement fusion de He en C et O

- Naines blanches : rayon ~ 0.01 $R_\odot$
  Densité ~ 1 tonne / cm^3
  Fin de vie d'étoiles comme le Soleil

- Etoiles à neutrons : rayon ~ 10 km
  Liquide dégénéré de neutrons en contacts
  Densité ~ 10^9 tonnes/cm^3

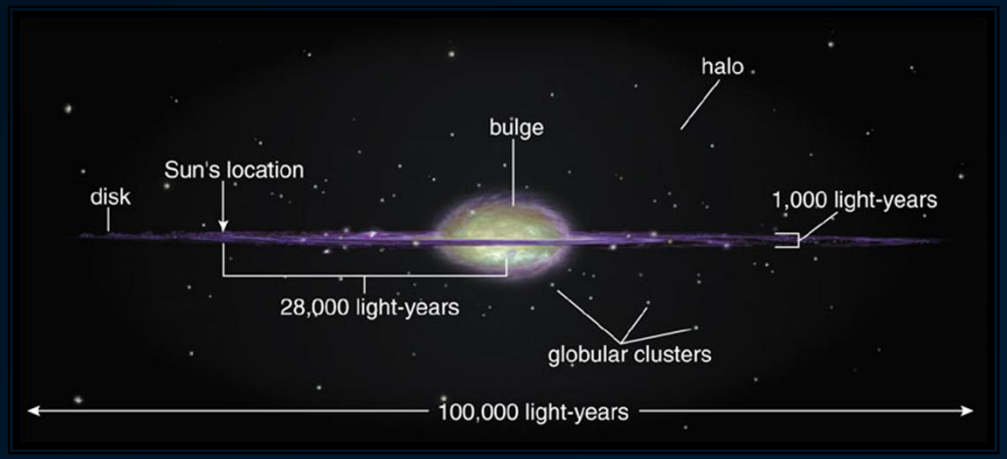
Notre galaxie, la Voie Lactée

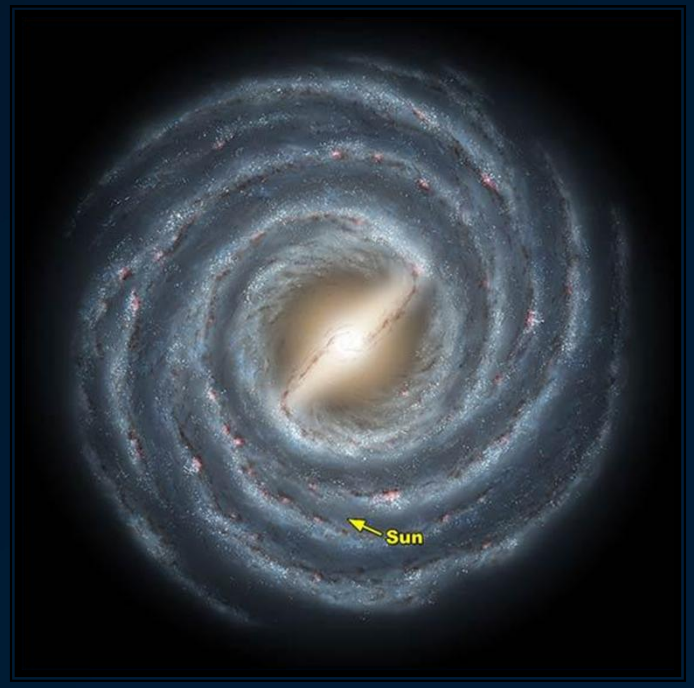
Contenu: ~ 100 milliards d'étoiles + poussières et gaz

Diamètre: ~ 100 000 Années Lumières

Révolution des étoiles du disque autour du centre

Le Soleil: Situé à 26 000 AL du centre galactique,
période ~ 220 x 10^6 ans (il a déjà fait ~ 20 tours)



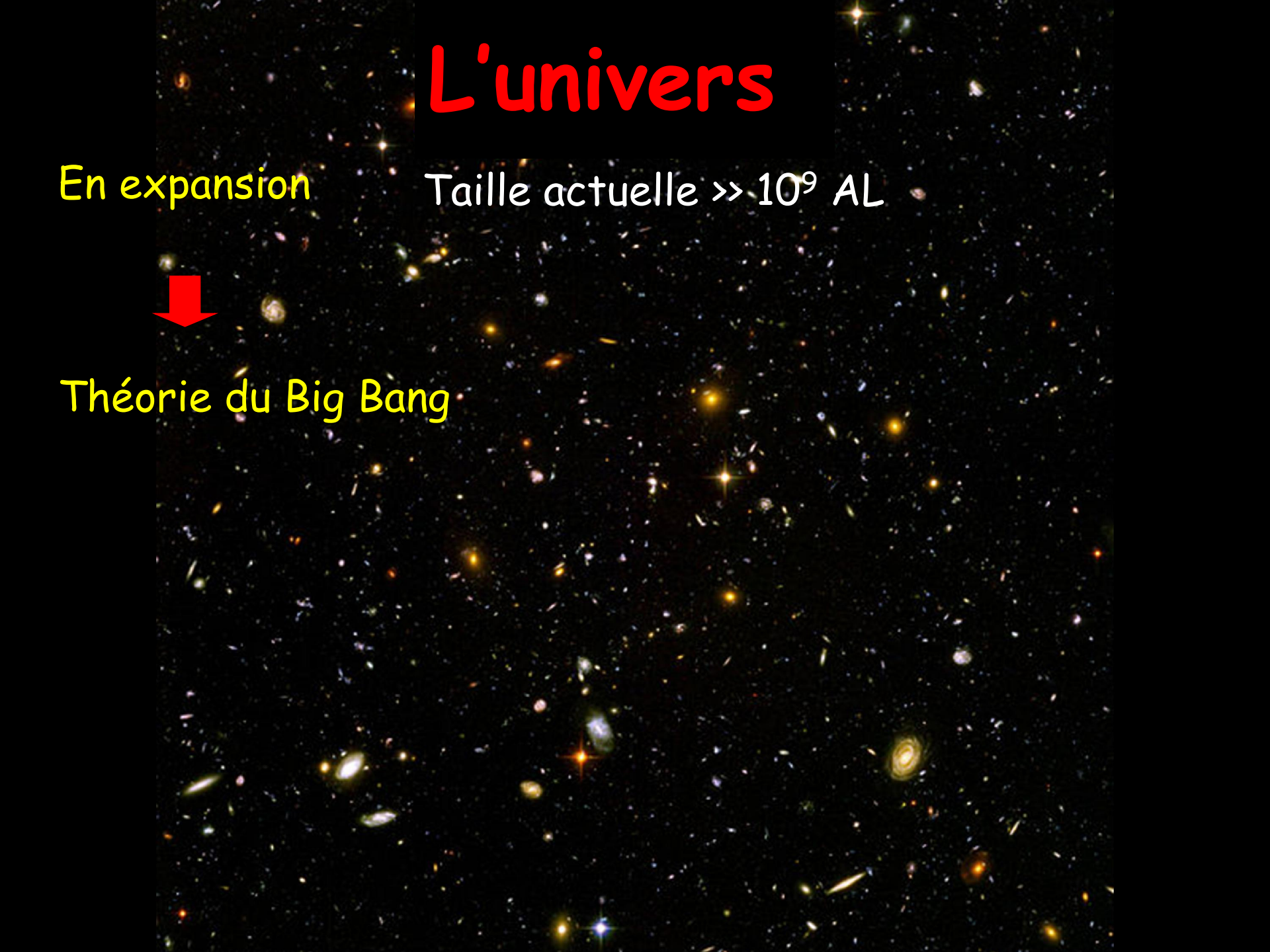


L'univers

En expansion

Taille actuelle >> 10^9 AL

Théorie du Big Bang



L'observation du ciel

Une question de départ :

Quelle est la configuration géométrique de l'univers ?

Pour y répondre :

Analyse du mouvement (apparent) des astres depuis différents lieux d'observation.

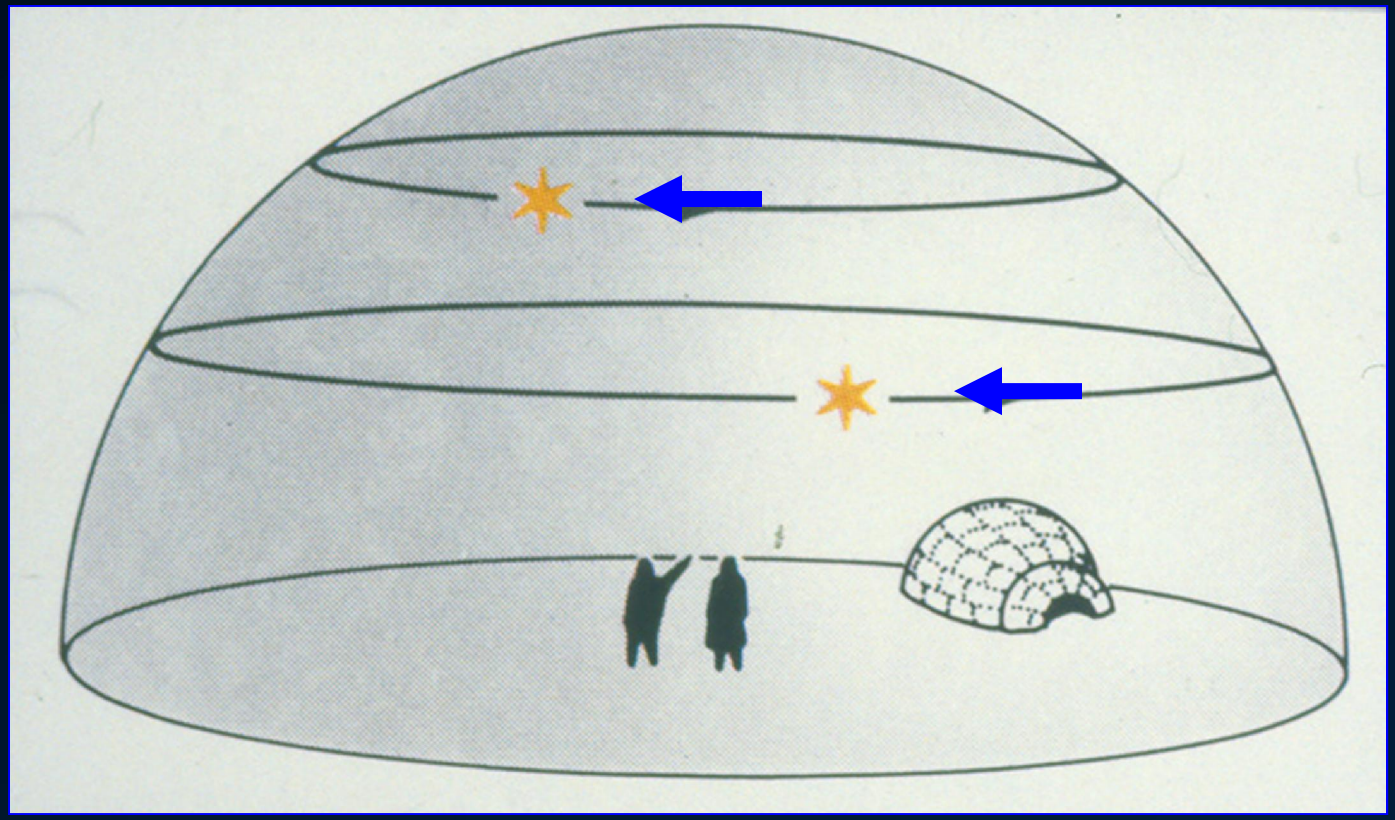
Problème: (presque) pas de vue en perspective ...

http://www.stellarium.org/fr/

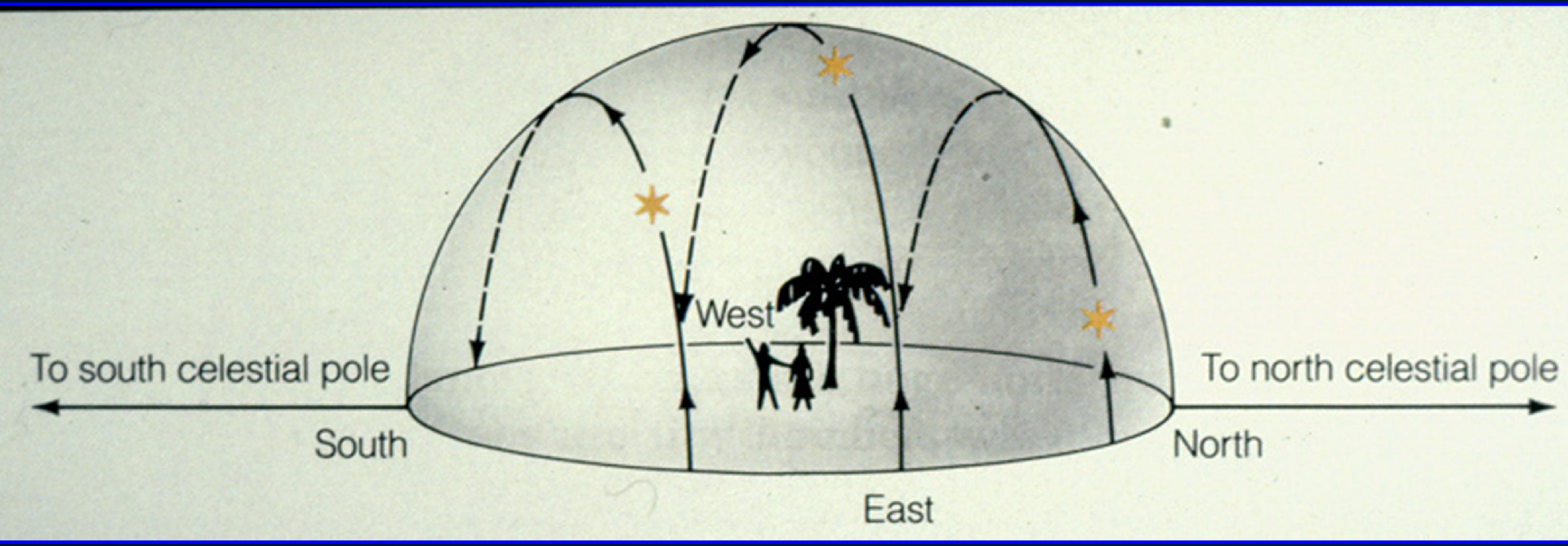
Mouvement apparent des astres

En une journée, les astres se lèvent à l'est, se couchent à l'ouest, tournent autour du pôle céleste ~ étoile polaire.

Le ciel au pôle nord



Le ciel à l'équateur



La Sphère Céleste

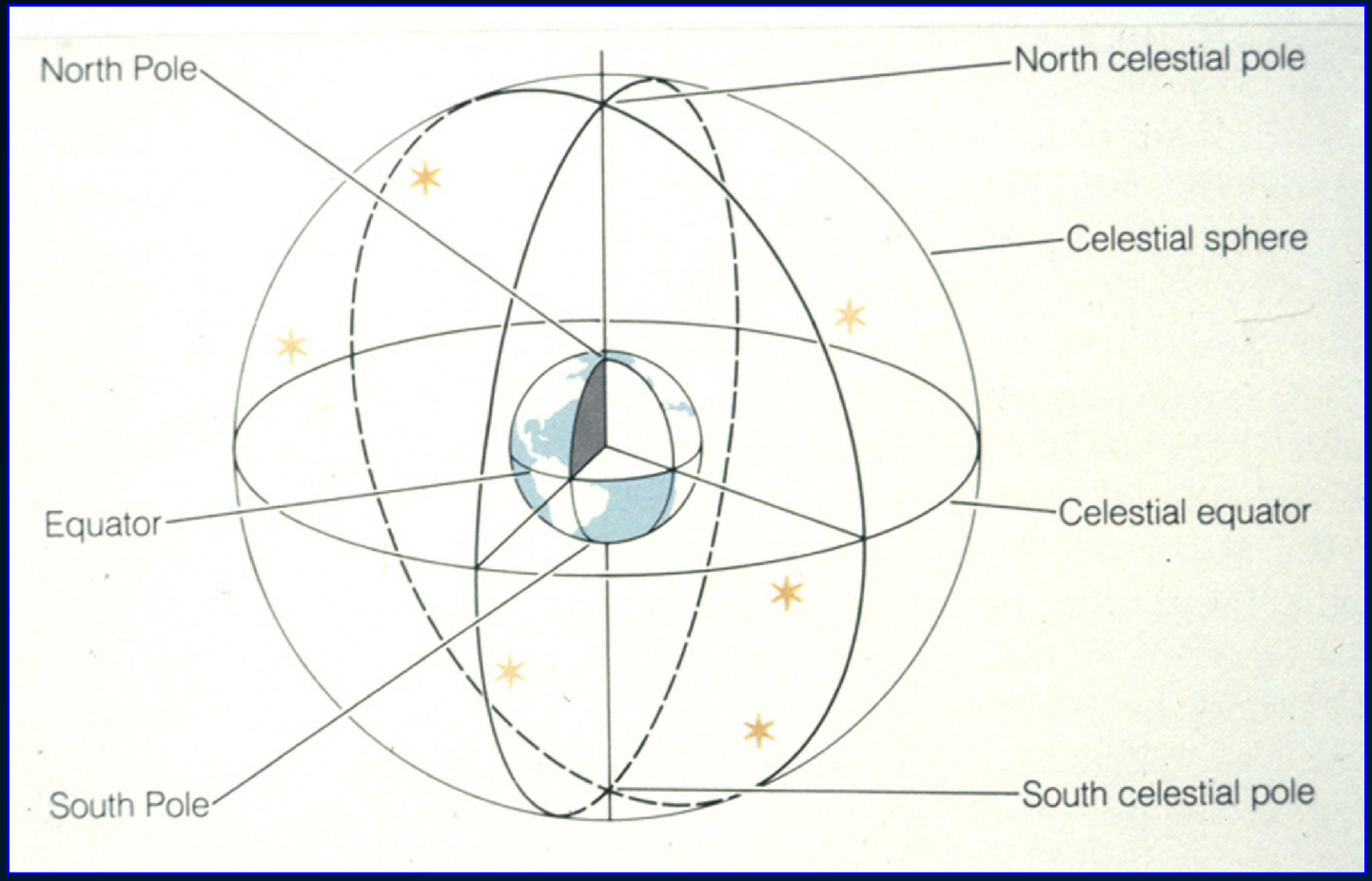
La sphère céleste est une sphère de projection dont le centre est l'observateur sur laquelle on rapporte la position des astres.

Bien que la terre tourne autour du soleil qui se déplace % aux autres étoiles de la galaxie, …

A l'échelle de quelques années, déplacement relatif négligeable de la terre % étoiles, des étoiles % autres étoiles.

➡ On peut remplacer le centre de la sphère céleste par le centre de la terre ou du soleil sans changer de façon significative la position rapportée des astres sur la sphère céleste.

La sphère céleste



Systèmes de coordonnées

Coordonnées sphériques (longitude, colatitude)

Besoin de définir un axe-plan de référence + un repère sur ce plan.

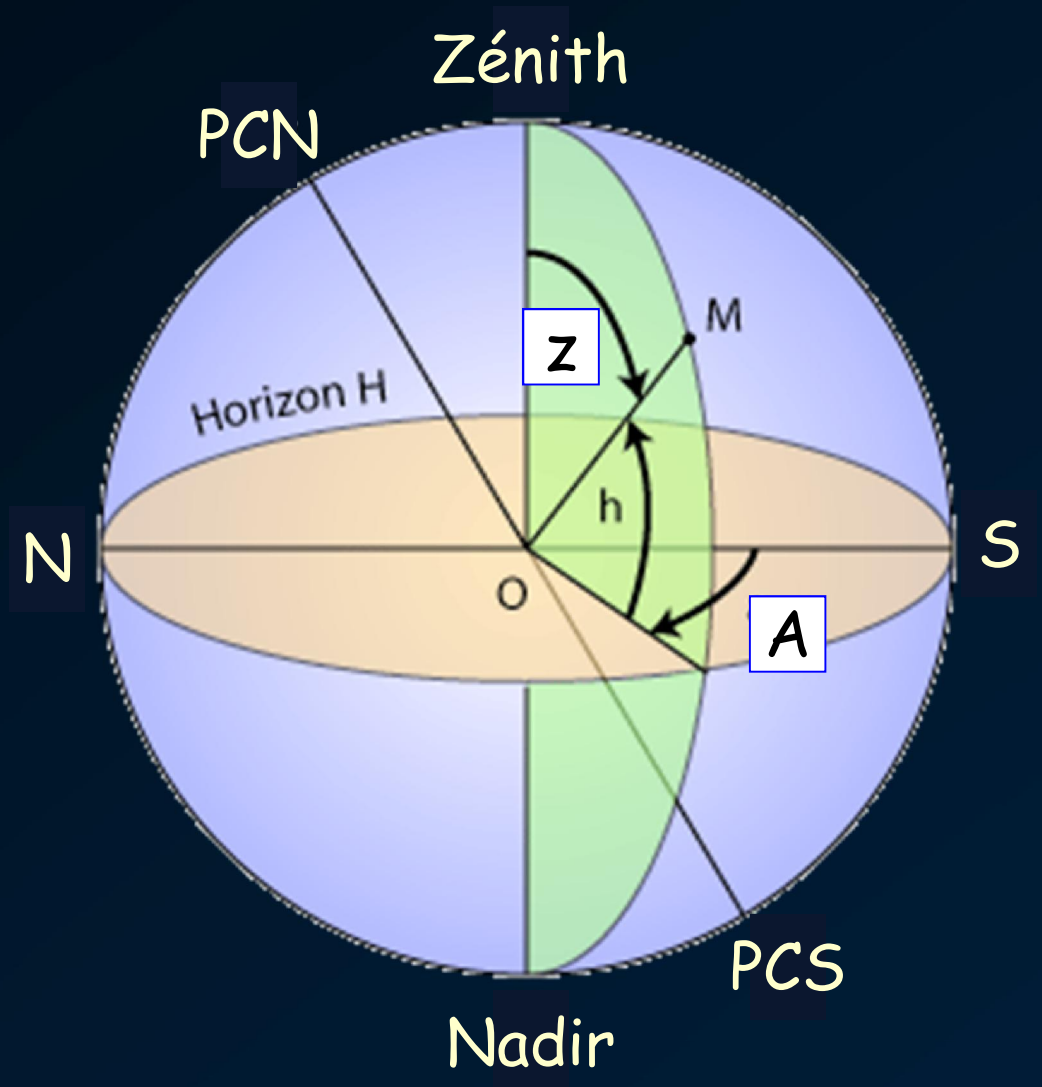
1) Coordonnées azimutales

Axe de référence : Direction du zénith

Plan de référence : Plan de l'horizon

Repère : Direction Sud

Coordonnées azimutales



1) Coordonnées azimutales

Axe de référence : Direction du zénith

Plan de référence : Plan de l'horizon

Repère : Direction Sud

Plan du méridien = Plan dir. zénithale – dir. nord-sud

z = distance zénithale = angle dir. zénith – dir. astre

A = azimut = angle dièdre entre le plan du méridien et le plan vertical comprenant l'astre observé (compté dans le sens horlogique)

On définit aussi : h = hauteur = 90° - z

Défaut de ce système :

Pour un astre donné, A et z varient (période d'un jour)

2) Coordonnées horaires

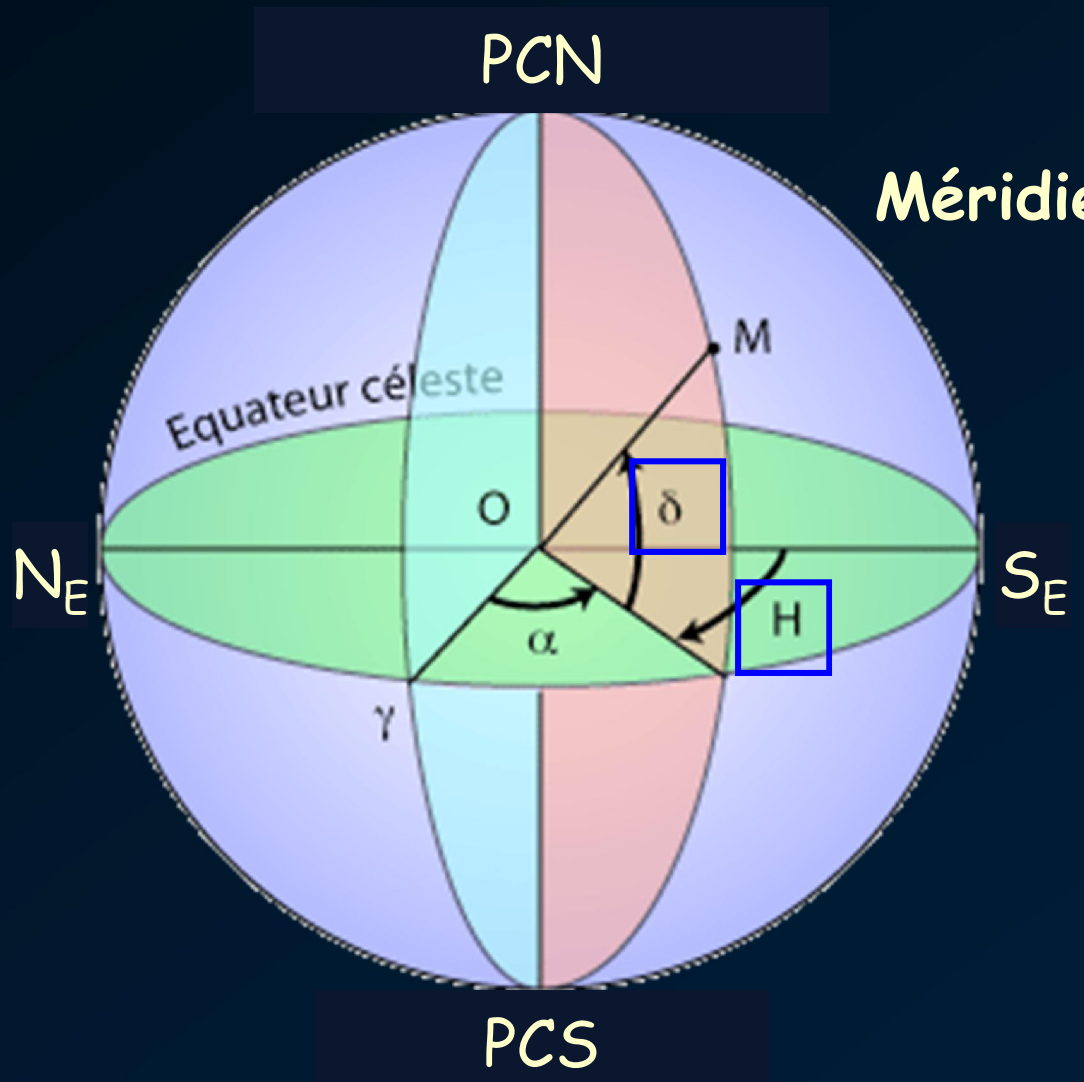
Plutôt que la dir. Zénithale qui change suite à la rotation de la terre, on choisit un axe fixe : l'axe des pôles.

Axe de référence : Axe des pôles

Plan de référence : Plan de l'équateur

Repère : Intersection plan du méridien - équateur

Coordonnées horaires



2) Coordonnées horaires

Axe de référence : Axe des pôles = axe du monde

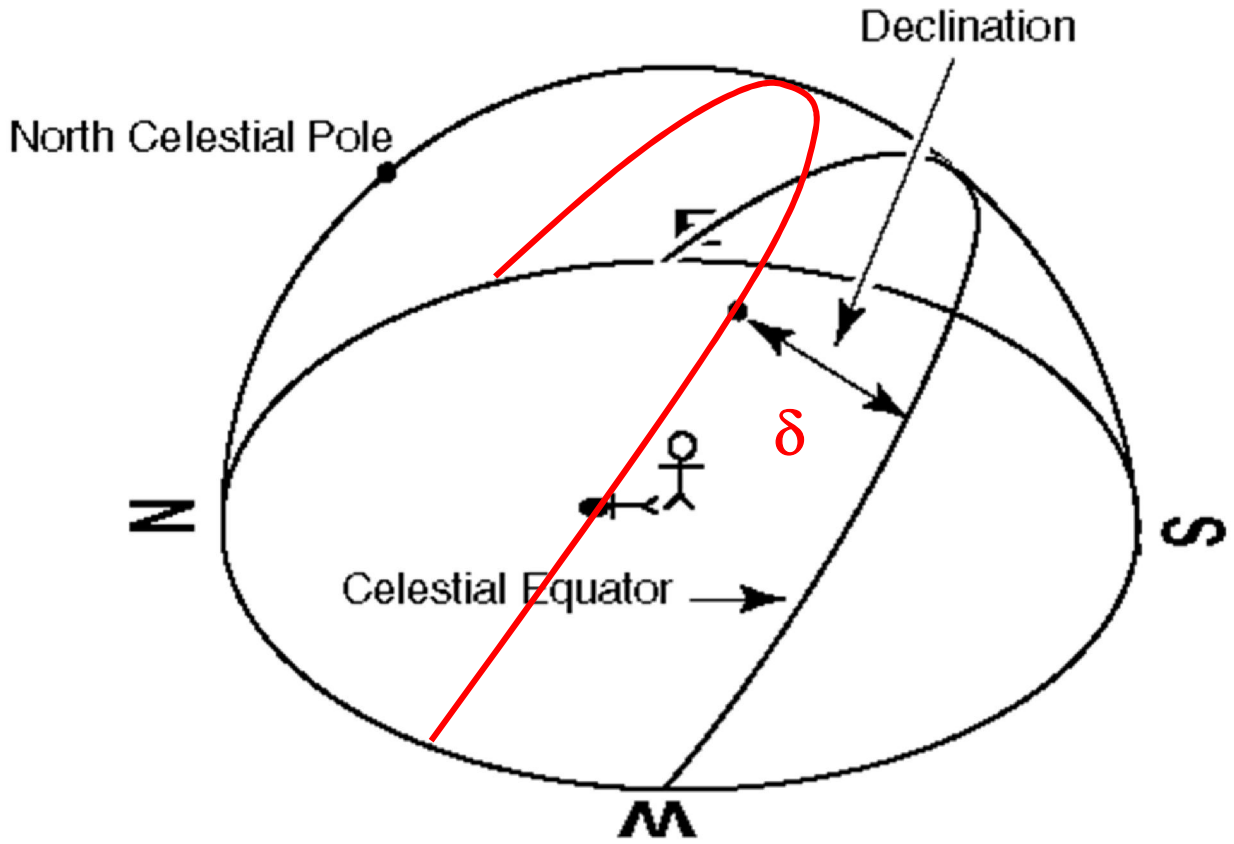
Plan de référence : Plan de l'équateur = équateur céleste

Repère : Intersection plan du méridien - équateur

δ = déclinaison = angle équateur – dir. astre (en degrés)

H = angle horaire = angle dièdre entre
le plan du méridien **et** le plan axe des pôles – dir. astre
(compté en heures, minutes, secondes, sens horloger)

2) Coordonnées horaires

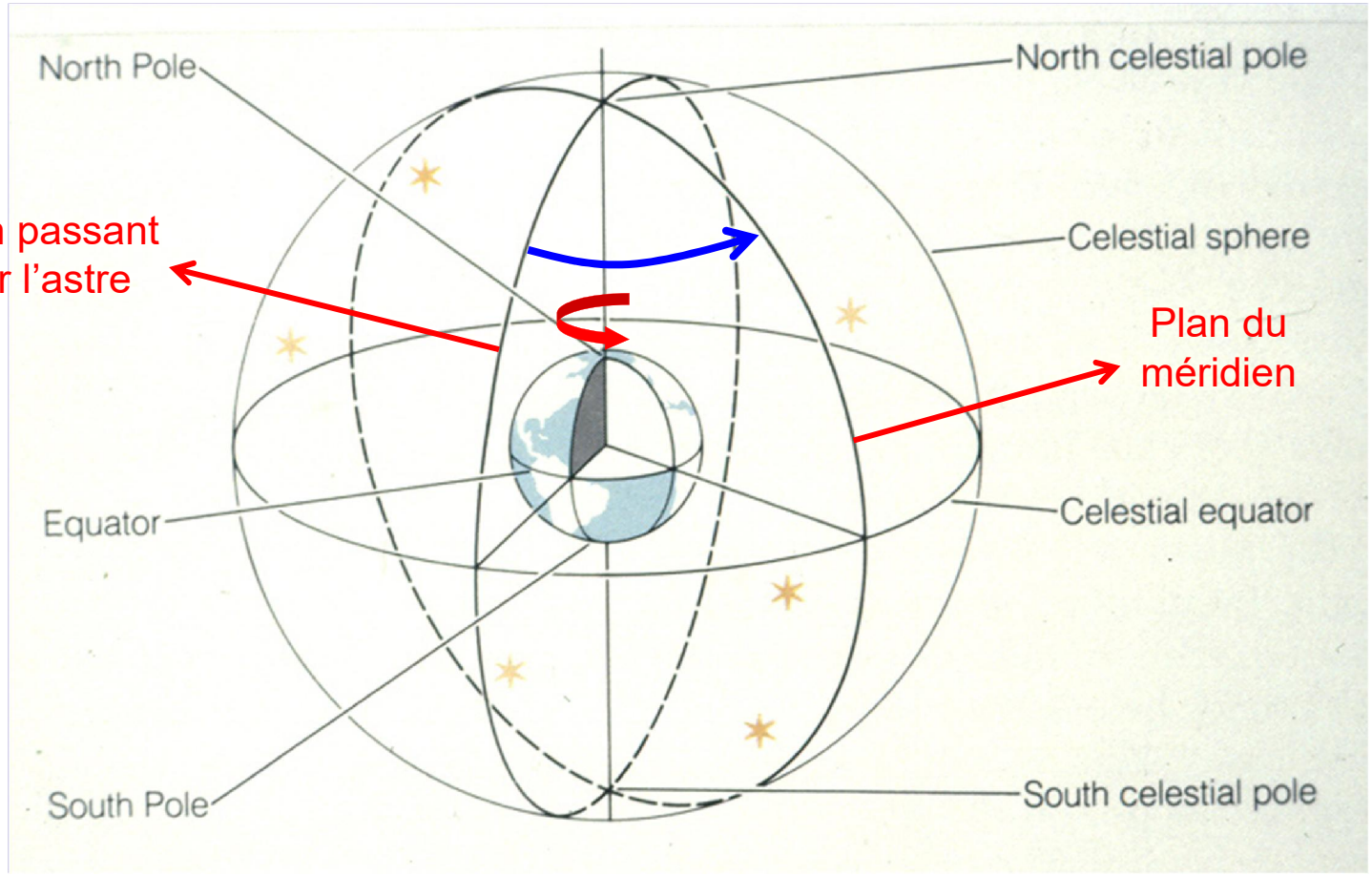


La déclinaison d'une étoile reste constante au cours du temps.

1er point de vue : Référentiel (inertiel) = Sphère céleste

La terre tourne sur elle-même (en ~ 24h).
Le méridien du lieu balaie la sphère céleste dans le sens anti-horlogique.

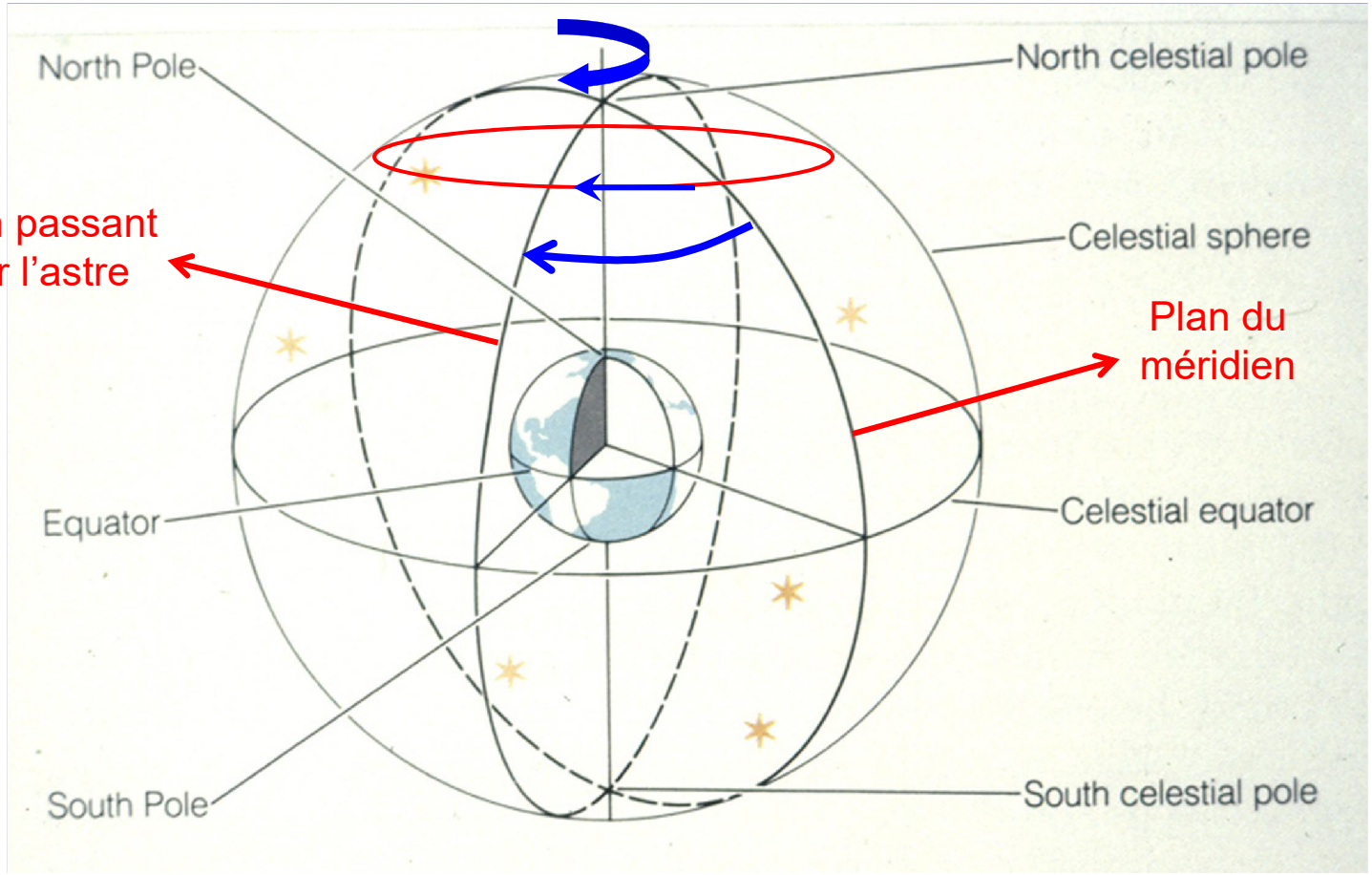
➡ L'angle horaire des astres augmente linéairement avec le temps



2ème point de vue : Référentiel (non-inertiel) = Terre

% à la terre, la sphère céleste tourne sur elle-même (en ~ 24h)
autour de l'axe des pôles (axe du monde) dans le sens horlogique.

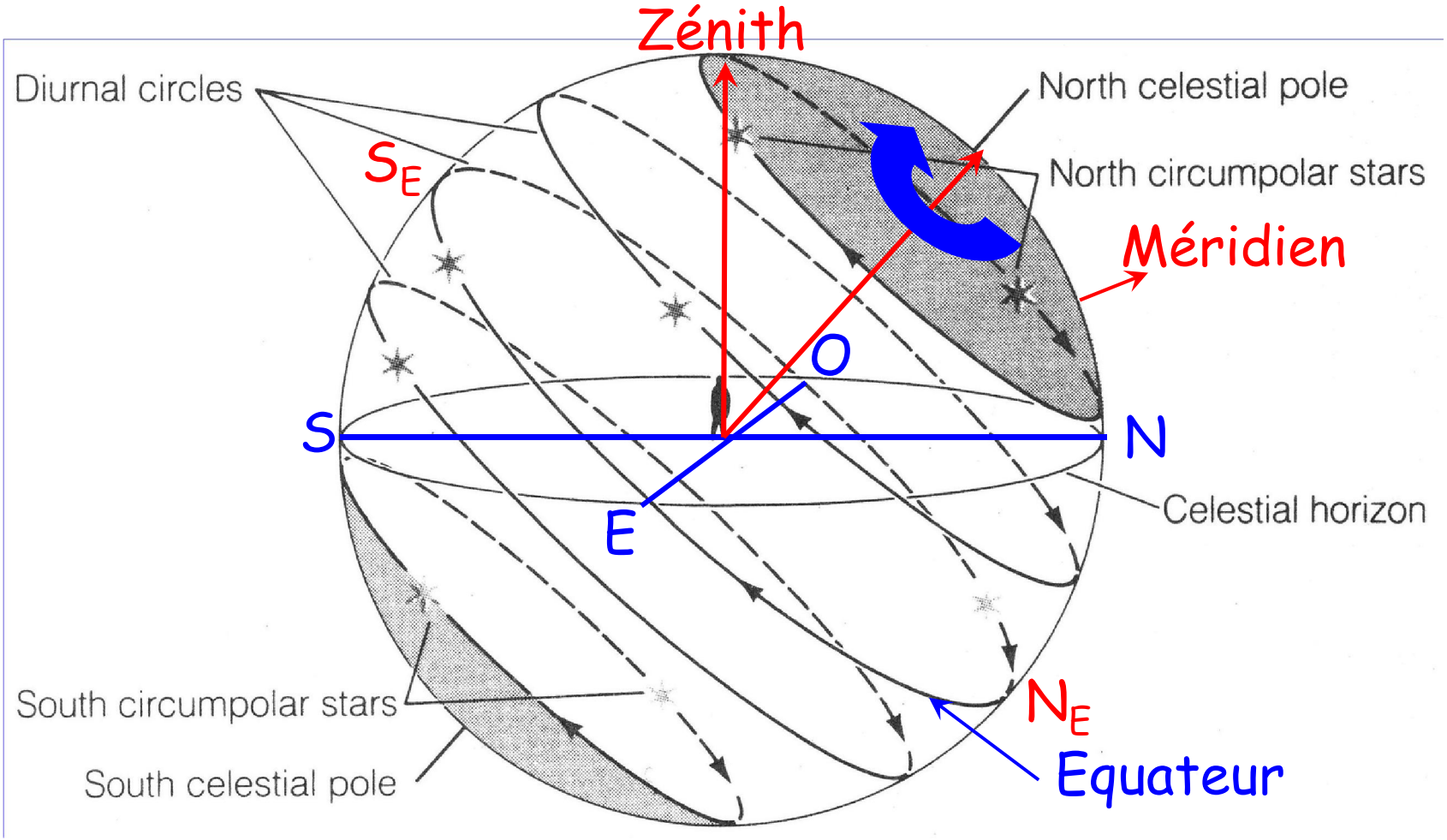
Le méridien du lieu est fixe.



Mouvement diurne des astres

Référentiel = Terre, plan de l'horizon « horizontal »

3 types d'étoiles : - Les étoiles circumpolaires
- Les étoiles qui se lèvent et se couchent
- Les étoiles jamais visibles



Mouvement diurne des astres

1) Les étoiles circumpolaires

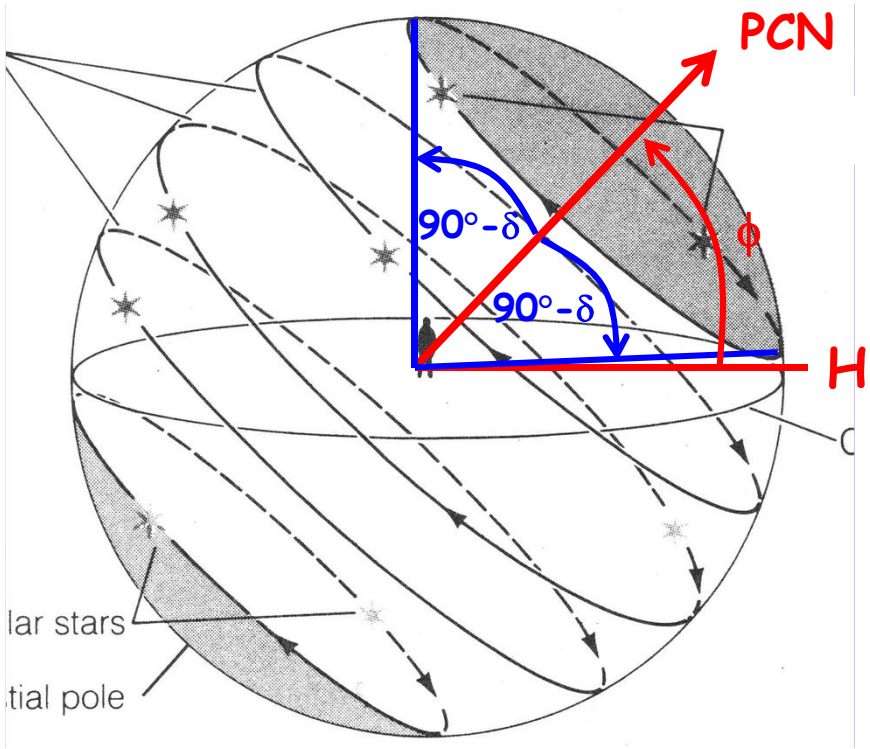
- Depuis l'hémisphère Nord (latitude $\phi > 0°$)

Condition : $h > 0°$ lors du passage au méridien le plus bas.

$\Leftrightarrow$ $h = \phi - (90° - \delta) > 0°$ $\Leftrightarrow$ $\delta > 90° - \phi$

- Depuis l'hémisphère Sud (latitude $\phi < 0°$)

Condition : $\delta < -(\phi + 90°)$



Mouvement diurne des astres

2) Les étoiles qui se lèvent et se couchent

Depuis l'hémisphère Nord (latitude $\phi > 0°$)

Condition 1 : $h < 0°$ lors du passage au méridien le plus bas

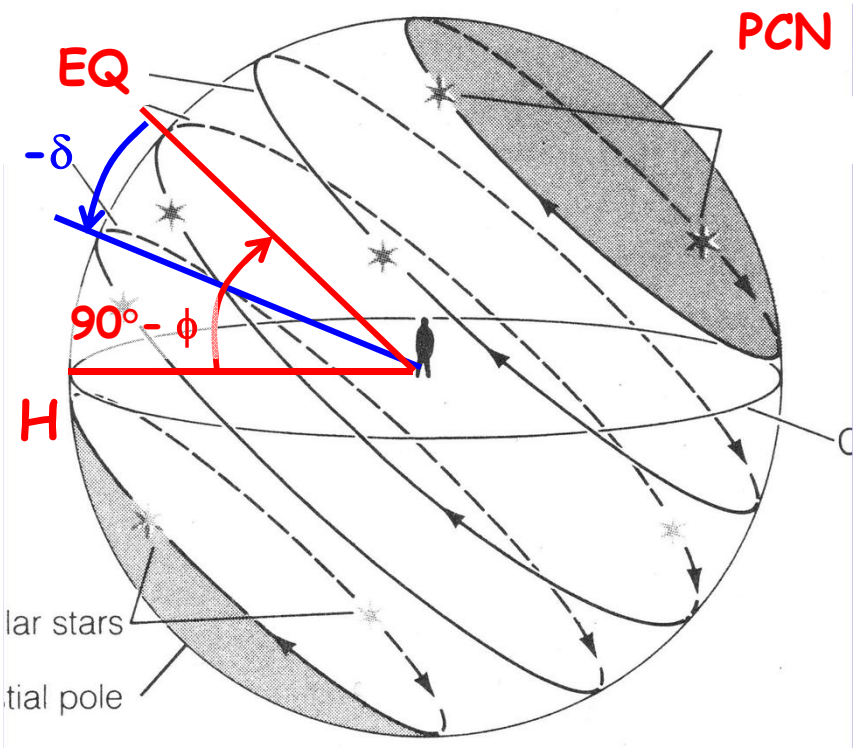
$\Longleftrightarrow \quad \delta < 90° - \phi$

Condition 2 : $h > 0°$ lors du passage au méridien le plus haut

$-\delta < 90° - \phi \quad \Longleftrightarrow \quad \delta > \phi - 90°$

Condition générale :

$$\phi - 90° < \delta < 90° - \phi$$



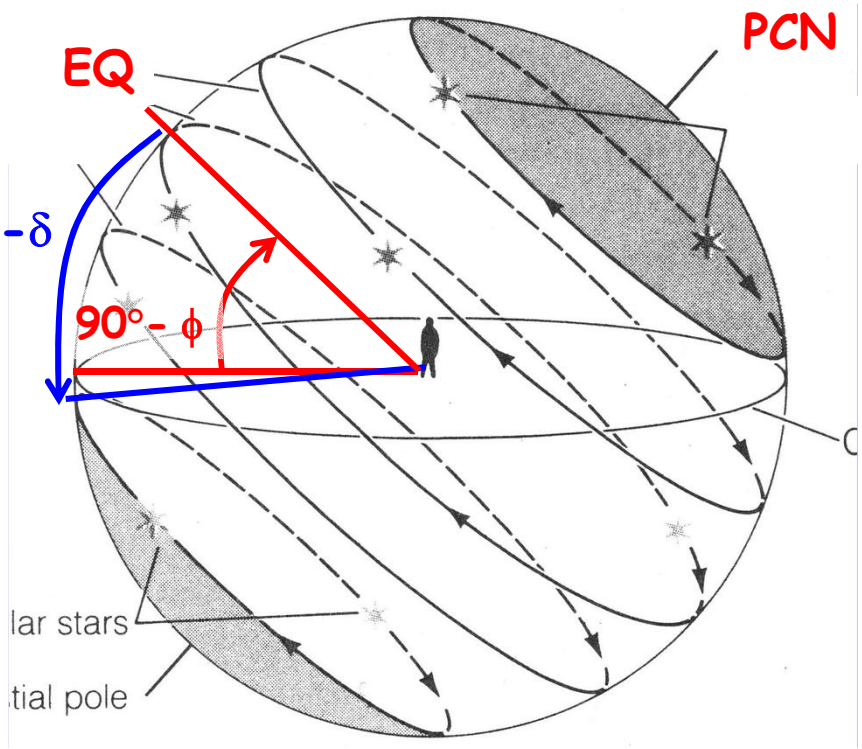
Mouvement diurne des astres

3) Les étoiles jamais visibles

Depuis l'hémisphère Nord (latitude $\phi > 0°$)

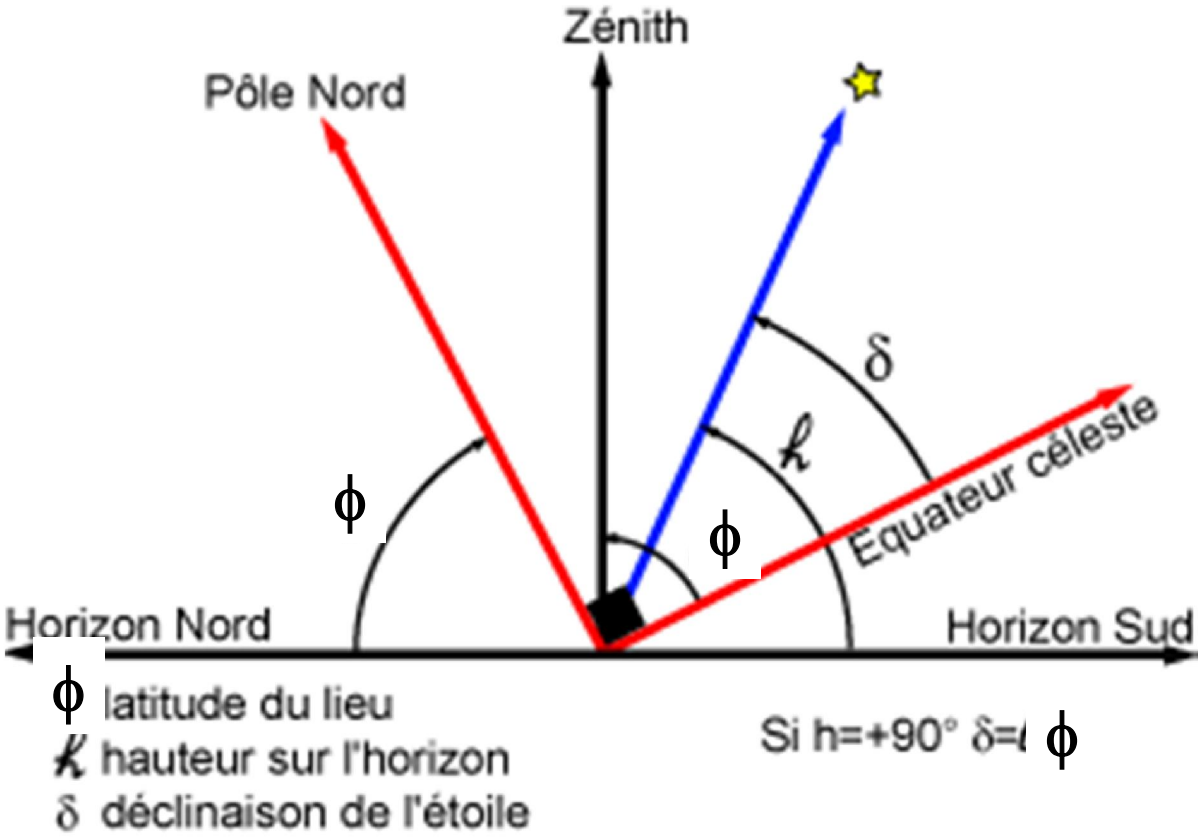
Condition : $h < 0°$ lors du passage au méridien le plus haut

$\leftrightarrow$ $\delta < \phi - 90°$



Passage au méridien

$$h = 90° - \phi + \delta$$



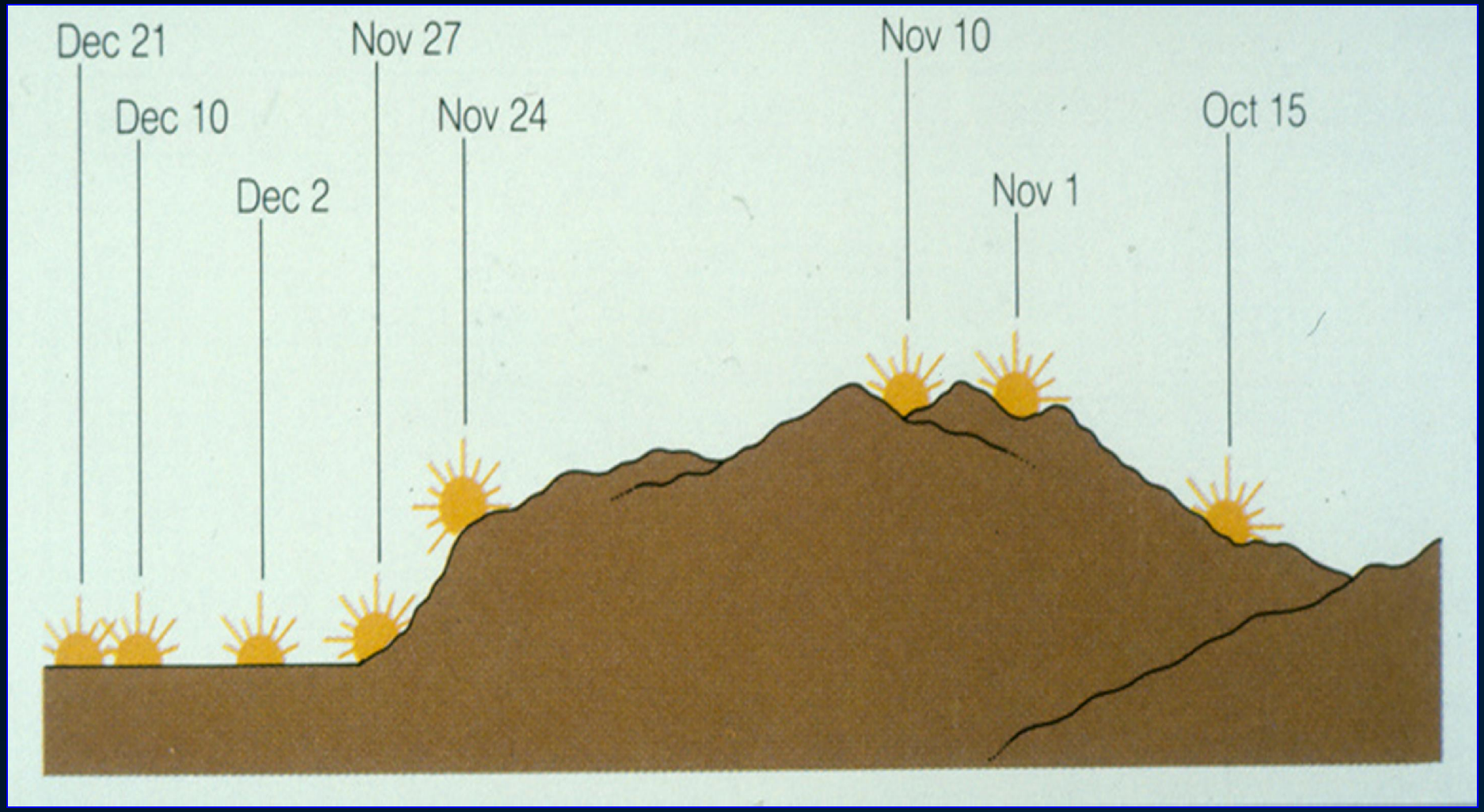
Valable uniquement si astre au méridien, côté **Sud** du zénith !

Le mouvement apparent du Soleil

Comme les étoiles, le soleil se lève (Est) ,
se déplace sur la voute céleste puis se couche (Ouest).

Mais il y a une dépendance saisonnière
suite à la révolution en 1 an de la terre autour du soleil.

Le coucher du Soleil au cours de l'année



Le mouvement apparent du Soleil

Révolution en 1 an de la terre autour du soleil

% à la terre, la position du soleil sur la sphère céleste varie avec une période de 1 an.

L'écliptique :

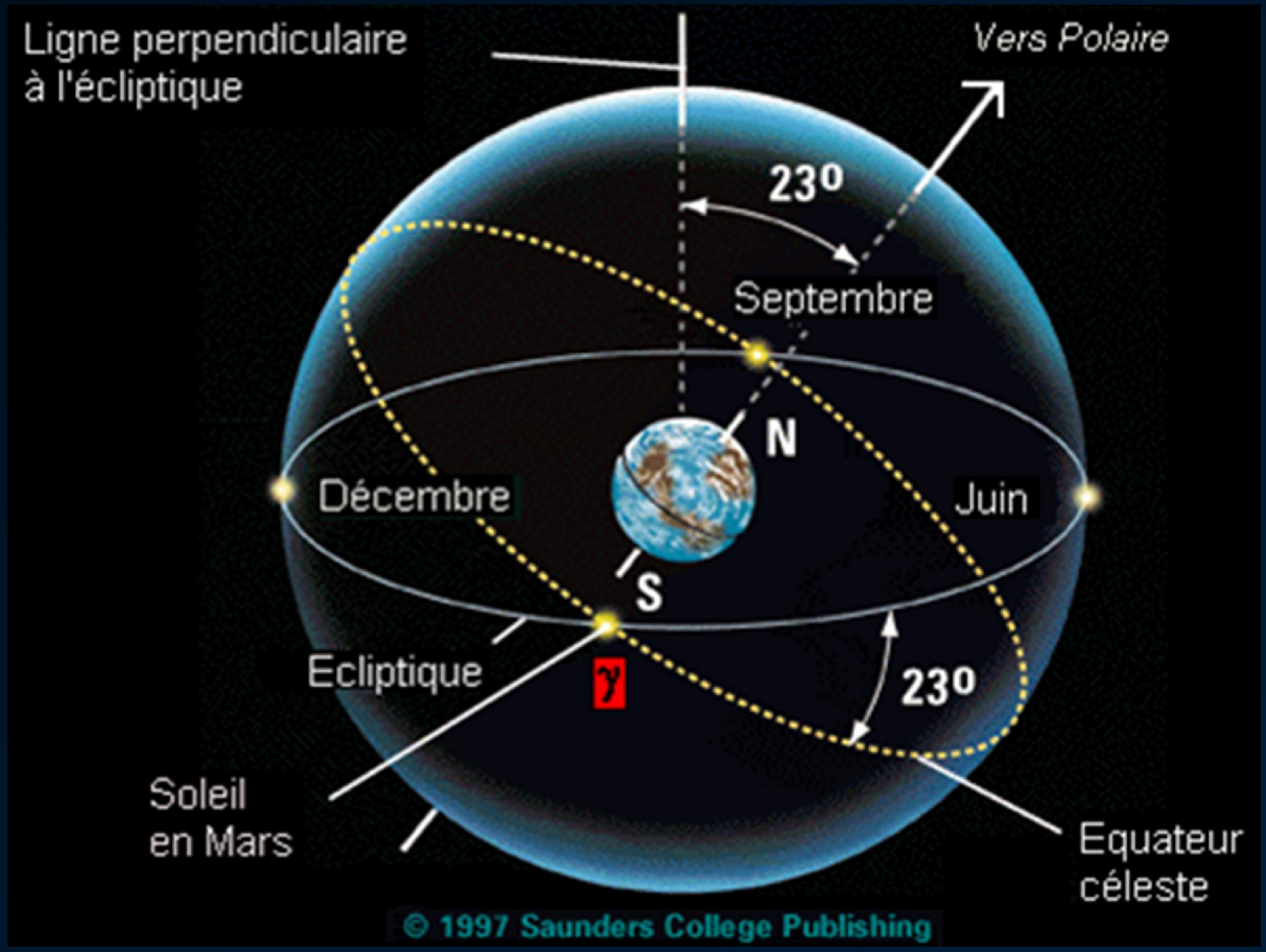
Plan de l'orbite de la terre autour du Soleil

Intersection de ce plan avec la sphère céleste

= trajectoire annuelle du soleil sur la sphère céleste

L'axe de rotation de la terre n'est pas perpendiculaire à l'écliptique.

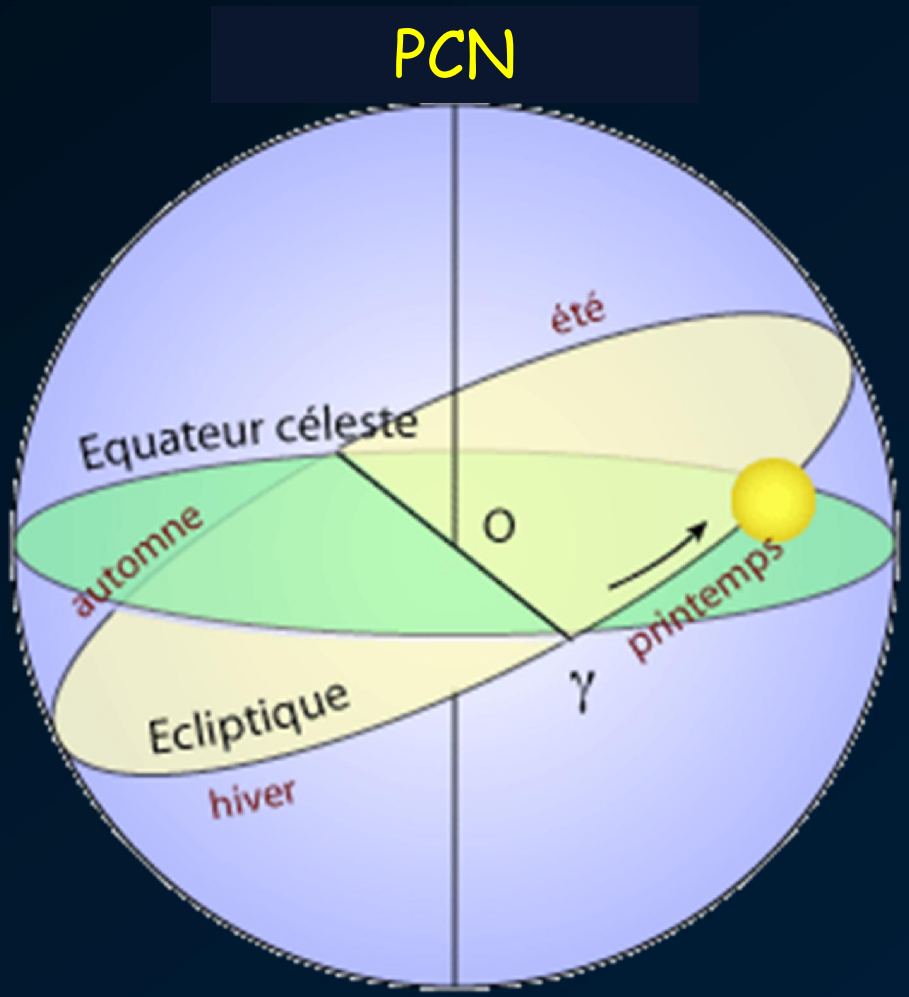
Angle axe des pôles – normale à l'écliptique = 23°27'
= angle écliptique - équateur



Intersection plan de l'écliptique – équateur

= droite vernale ➡ Définit 2 points sur la sphère céleste : γ et γ'

Point vernal (γ) = position du soleil à l'équinoxe de printemps



3) Coordonnées équatoriales

But : Système de coordonées fixe pour les étoiles

Coordonnées horaires : OK pour δ mais pas pour H

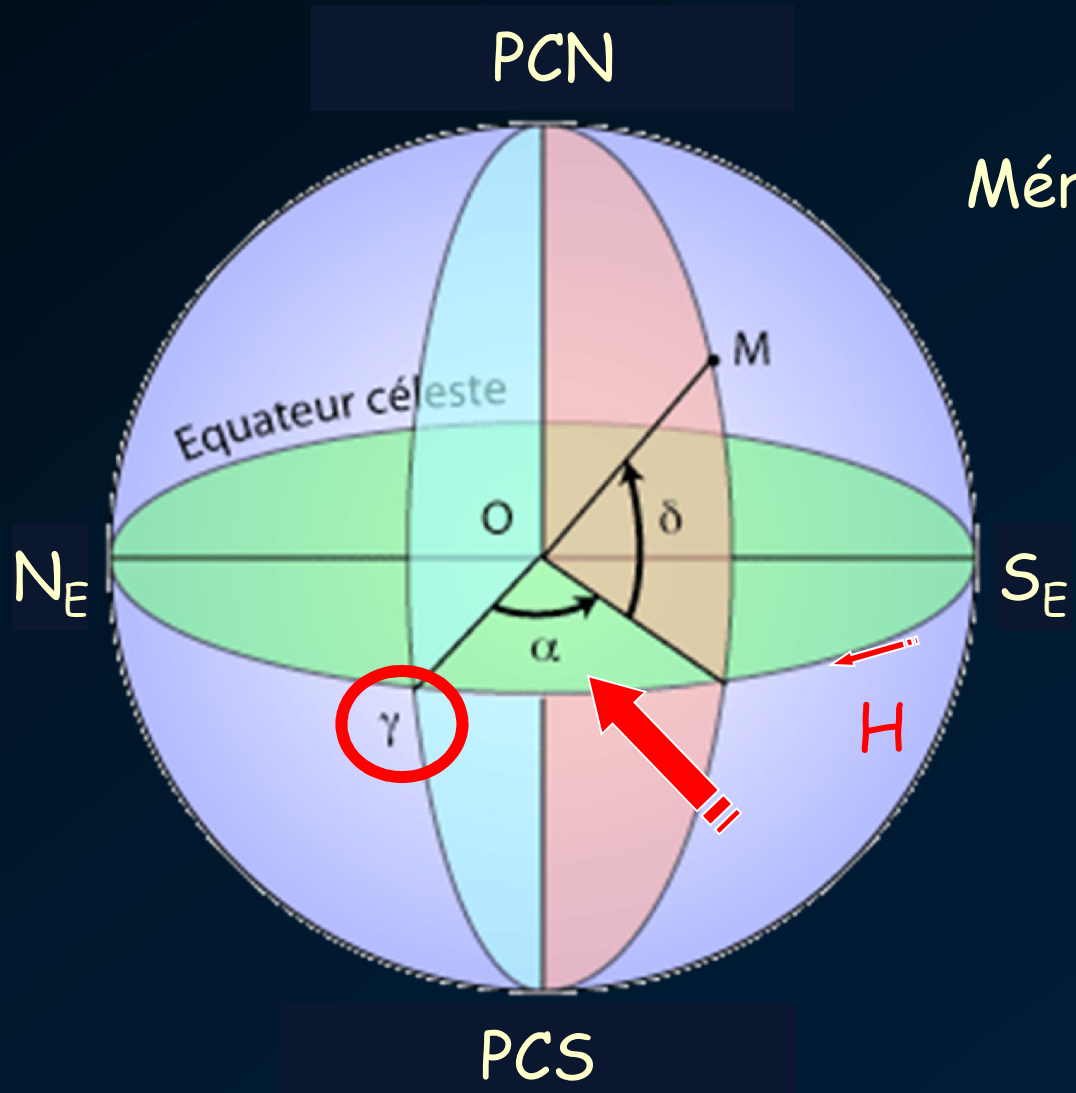
Au lieu du méridien, on choisit un repère fixe % aux étoiles :
le point vernal γ

Axe de référence : Axe des pôles

Plan de référence : Plan de l'équateur

Repère : Point vernal γ

3) Coordonnées équatoriales



3) Coordonnées équatoriales

Axe de référence : Axe des pôles = axe du monde

Plan de référence : Plan de l'équateur = équateur céleste

Repère : Point vernal

δ = déclinaison = angle équateur – dir. astre (en degrés)

α = ascension droite

= angle point vernal % plan axe des pôles – dir. astre

Compté en heures, minutes, secondes,

dans le sens direct (anti-horloger)

Le temps sidéral

L'angle horaire est une fonction linéaire du temps.

Définition :

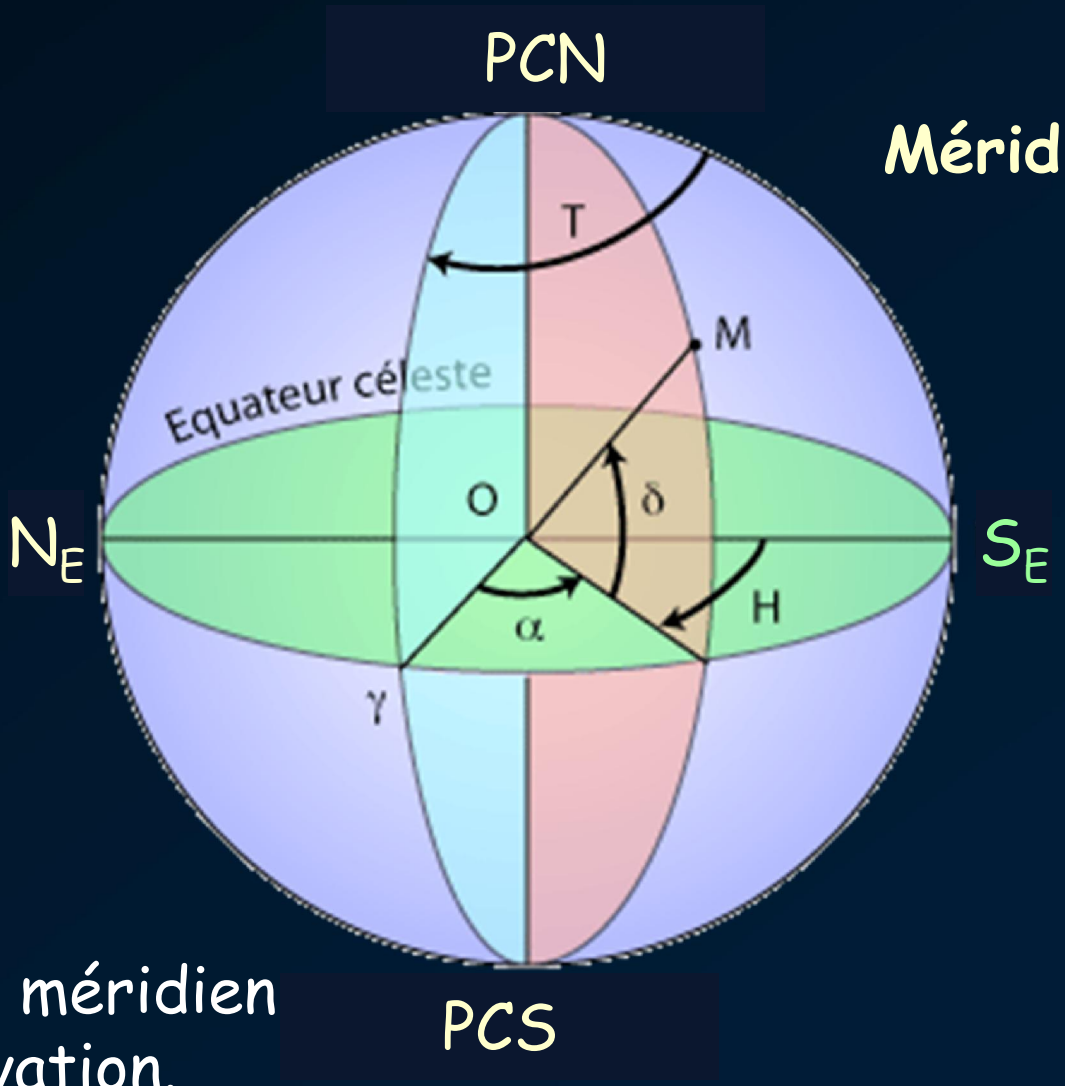
Temps sidéral local (TSL) = angle horaire du point vernal

Il donne une mesure du temps.

Le temps sidéral

Propriété :

$$TSL = H + \alpha$$



Définition alternative :

TSL = ascension droite
des astres passant au méridien
au moment de l'observation.

4) Coordonnées écliptiques

Plan de référence : Plan de l'écliptique (orbite de la terre)

Axe de référence : Axe perpendiculaire à ce plan passant par le Soleil

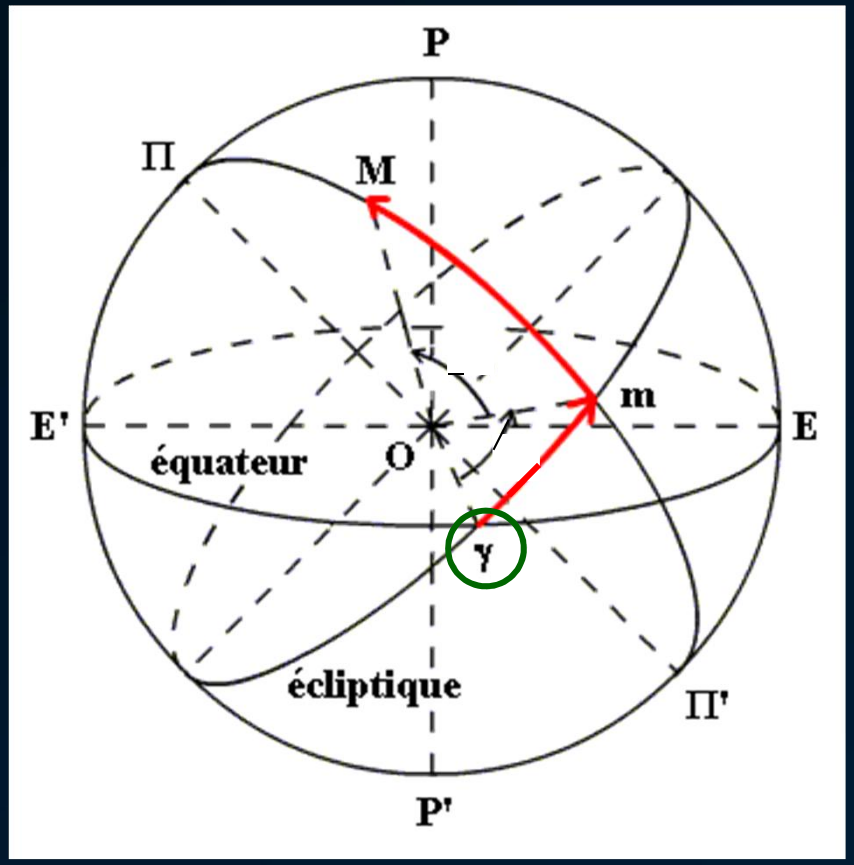
Repère : Point vernal

latitude écliptique = angle écliptique – dir. astre

longitude écliptique

= angle point vernal % plan norm. écliptique – dir. astre

Coordonnées écliptiques



5) Coordonnées galactiques

Plan de référence : Plan de la galaxie

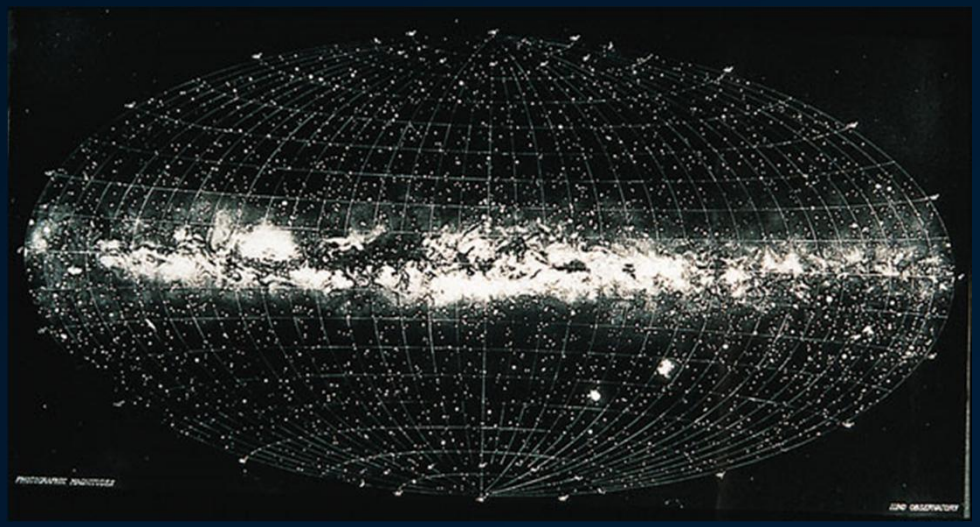
Axe de référence : Normale à ce plan passant par le soleil

Repère : Direction du centre galactique

b = latitude galactique = angle plan galactique – dir. astre

l = longitude galactique

= angle centre galactique % plan axe galact. – dir. astre



Les saisons

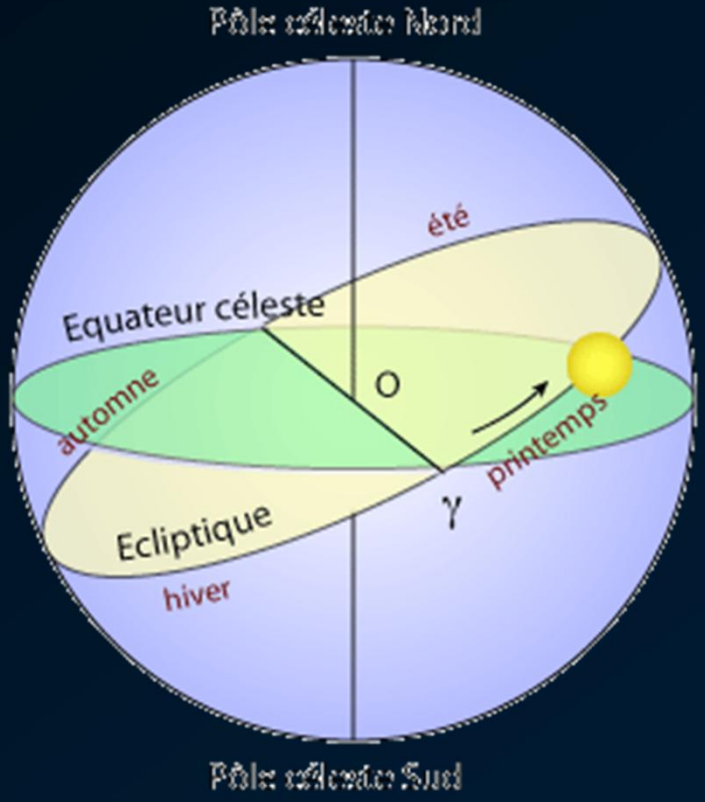
Origine des saisons ?

Les saisons

Réponse : Inclinaison de l'équateur % écliptique

Conséquence (de cette inclinaison) :

La déclinaison du soleil varie périodiquement en 1 an

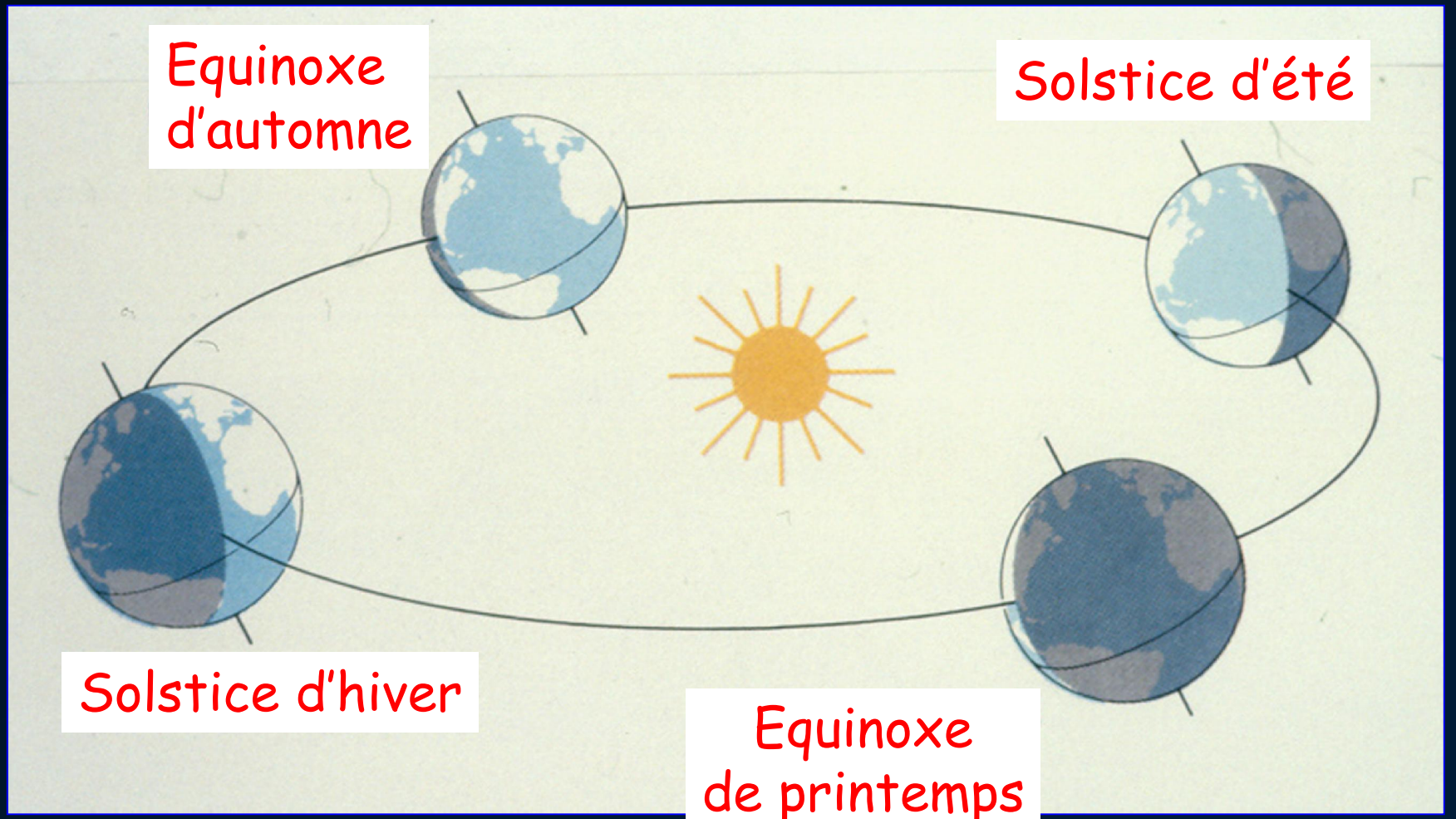


Equinoxes : $\delta_\odot = 0°$

Solstice d'été : $\delta_\odot = +\ 23°27'$

Solstice d'hiver : $\delta_\odot = -\ 23°27'$

Les saisons

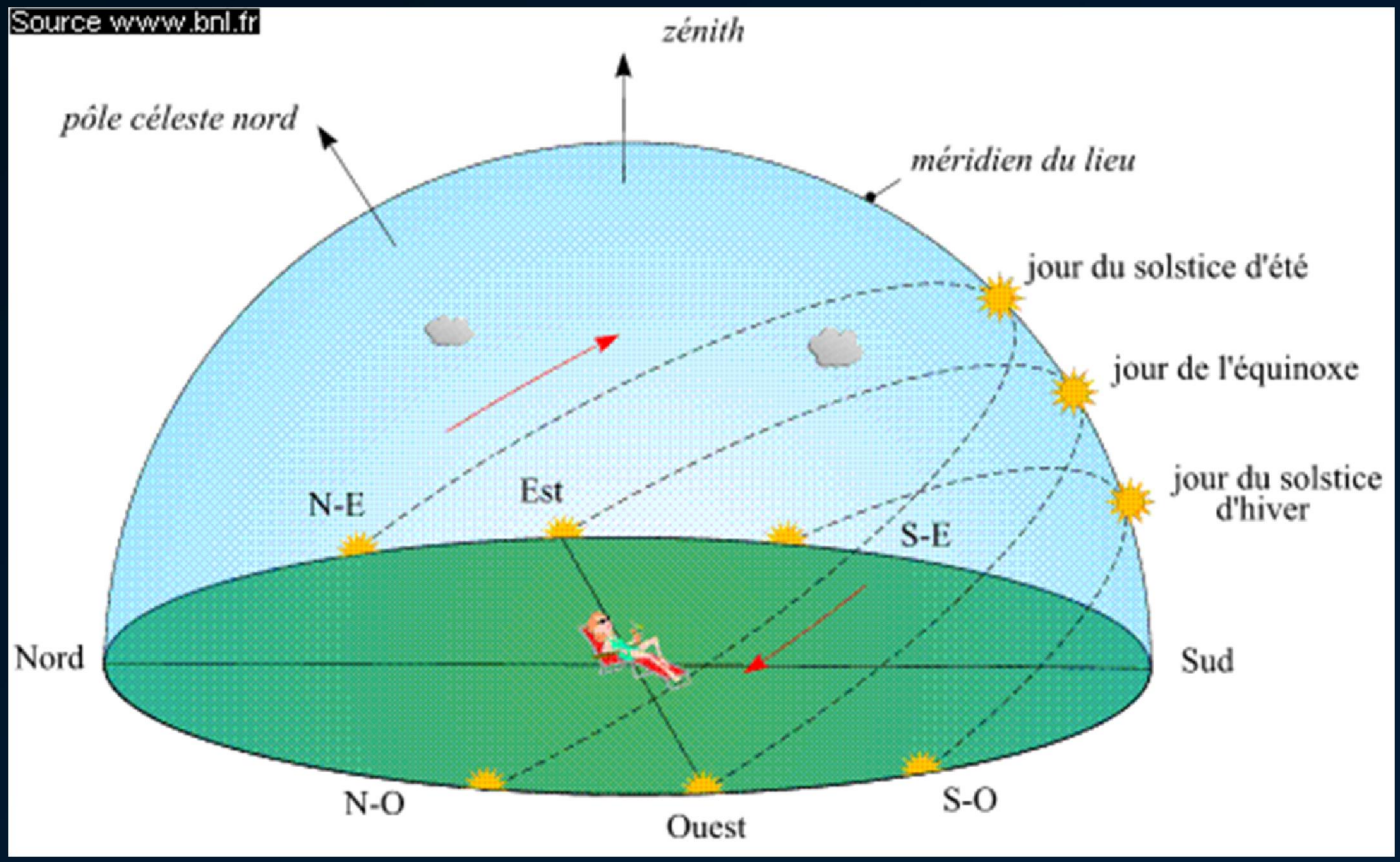

Equinoxe d'automne
Solstice d'été
Solstice d'hiver
Equinoxe de printemps

Les saisons

La déclinaison du soleil varie périodiquement en 1 an

1ère conséquence : variation de la hauteur maximale du soleil

2ème conséquence : variation de la durée du jour



Les saisons

La déclinaison du soleil varie périodiquement en 1 an

1ère Conséquence : variation de la hauteur maximale du soleil.

Equinoxes : $\delta_\odot = 0°$

$h_\odot = 90° - \phi$

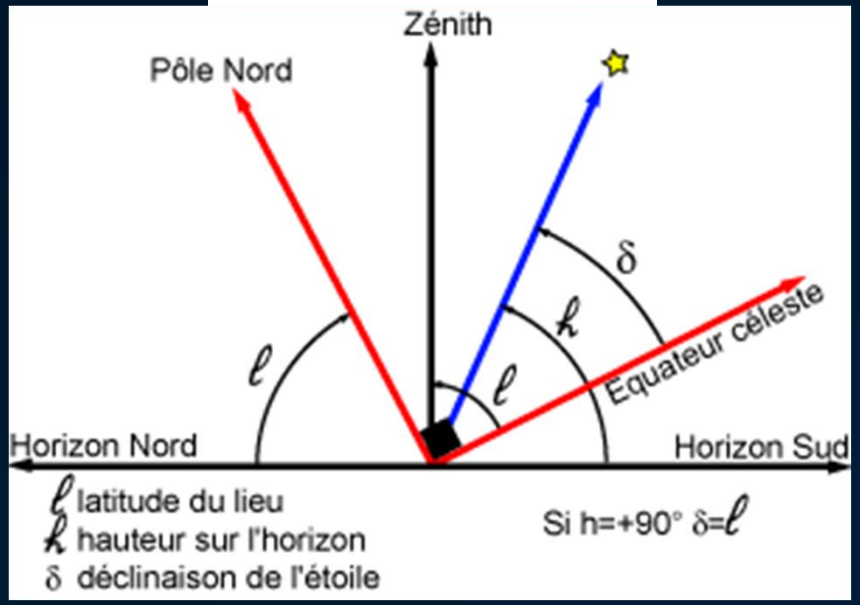
Solstice d'été : $\delta_\odot = + 23°27'$

$h_\odot = 90° - \phi + 23°27'$

Solstice d'hiver : $\delta_\odot = - 23°27'$

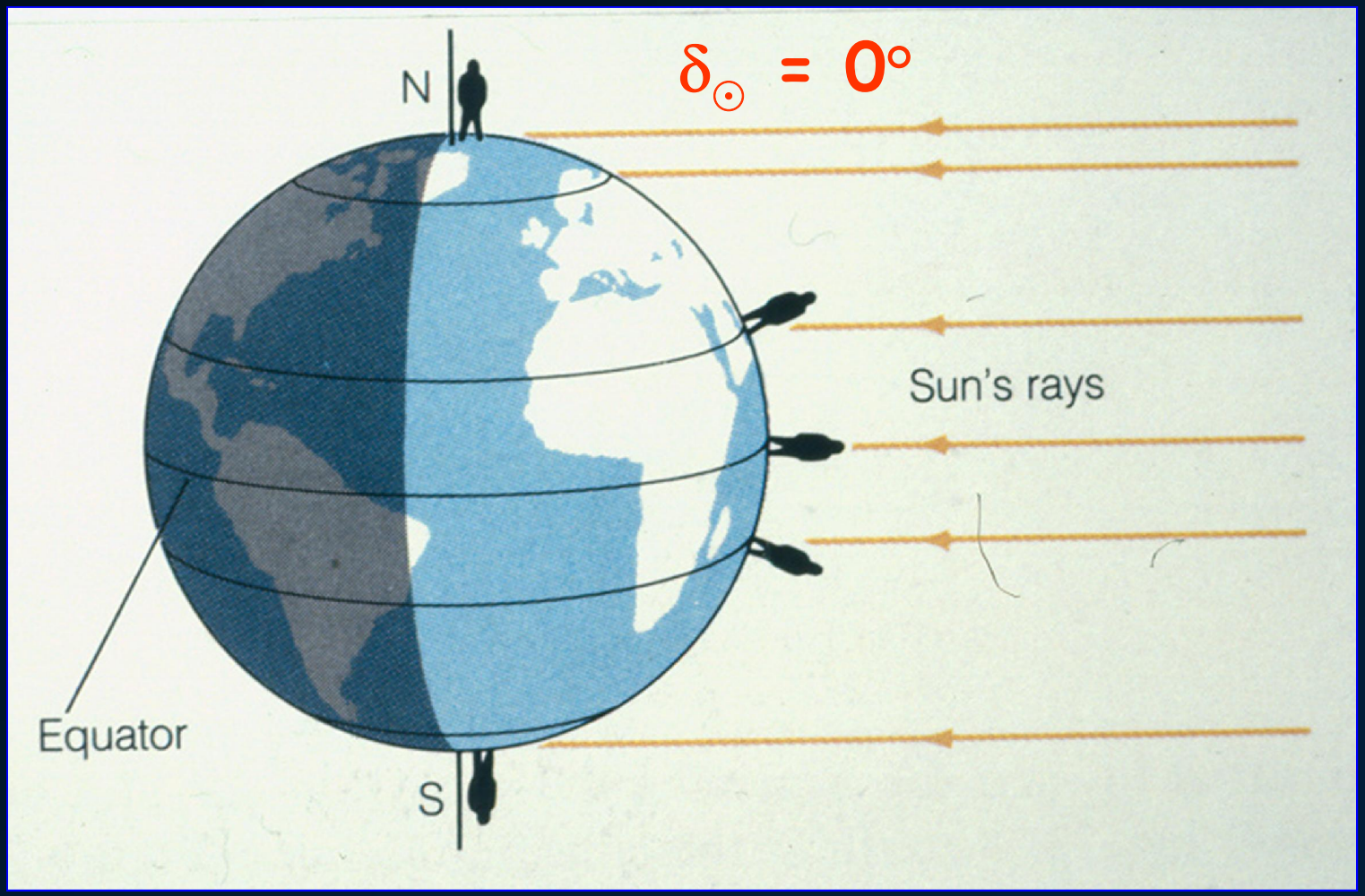
$h_\odot = 90° - \phi - 23°27'$

$h = 90° - \phi + \delta$



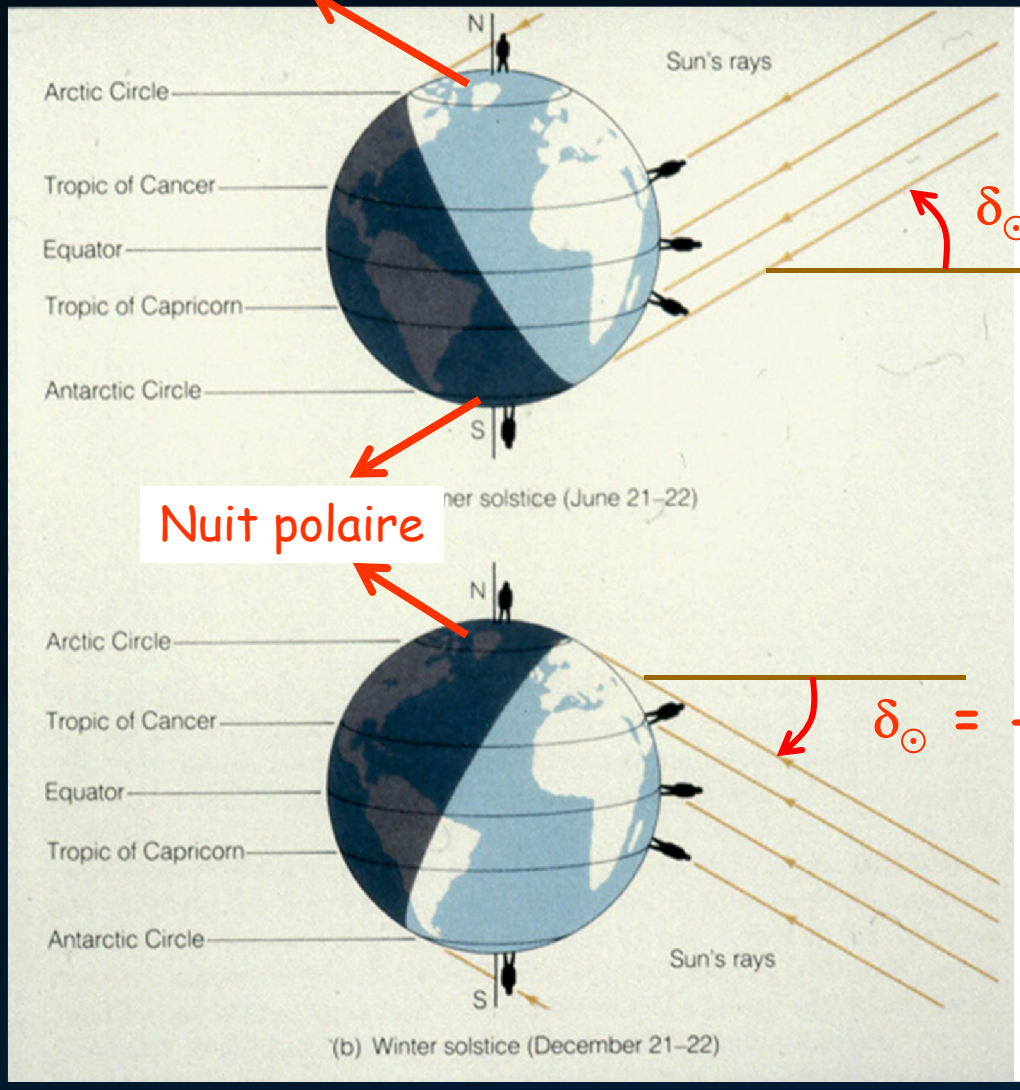
Formules valables si Soleil au Sud à midi

Les Equinoxes



Les solstices

Soleil de minuit au-delà du cercle arctique ($\phi > 66°33'$)



Solstice d'été

$\delta_\odot = + 23°27'$

Jour le plus long
à l'hémisphère nord

Solstice d'hiver

$\delta_\odot = - 23°27'$

Jour le plus court
à l'hémisphère nord

Exercices (1ère séance)

2.

J'observe l'étoile circumpolaire Dubhe (Grande Ourse)
depuis 2 lieux d'observations différents.

Depuis le 1er lieu, quand elle est au plus bas (resp. plus haut) dans le ciel, sa hauteur est $h_2 = 21°45'$ (resp. $h_1 = 78°15'$).

Depuis le 2ème lieu, quand elle est au plus bas (resp. plus haut) dans le ciel, sa hauteur est $h_2 = 41°45'$ (resp. $h_1 = 81°45'$).

Déterminer la déclinaison de Dubhe
ainsi que les latitudes des 2 lieux d'observation.

Exercices (1ère séance)

2.

Cas 1) L'astre passe au nord du méridien

$\phi = (h_1+h_2)/2$, $\delta = 90° - (h_1-h_2)/2$

Cas 2) L'astre passe au sud du méridien

$\phi = 90° - (h_1-h_2)/2$, $\delta = (h_1+h_2)/2$

Obs 1, cas 1 : $\phi = 50°$, $\delta = 61°45'$,
Obs 1, cas 2 : $\phi = 61°45'$, $\delta = 70°$,
Obs 2, cas 1 : $\phi = 61°45'$, $\delta = 50°$,
Obs 2, cas 2 : $\phi = 70°$, $\delta = 61°45'$.

Déclinaison de Dubhe = constante ➡ cas 1 pour observation 1
cas 2 pour l'observation 2

➡ $\delta = 61°45'$, $\phi_1 = 50°$, $\phi_2 = 70°$

Exercices (1ère séance)

5.

Je pars en voyage en bateau depuis Ostende (longitude = 2°55' E),
avec sur moi une horloge me donnant le temps sidéral à Ostende.

Après un long voyage j'arrive en un lieu inconnu.
Je note que, quand mon horloge sidérale indique 9h32 minutes,
l'étoile Aldebaran (α = 4h36', δ = 16°31')
se trouve exactement au zenith.

Déterminer la latitude et la longitude du lieu où je me trouve.

Exercices (1ère séance)

5.

a) Latitude du lieu

$\phi = \delta = 16°31'$

b) Soient TS1 = Temps sidéral à Ostende (au moment de l'obs.)

TS2 = Temps sidéral local (au moment de l'obs.)

L1 = Longitude d'Ostende (2°55')

L2 = Longitude du lieu d'obs.

TS1 = 9h32min

TS2 = 4h36min

L1 = 2°55'

TS2 – TS1 = L2 – L1 ➡ L2 = TS2 – TS1 + L1 = -74°

Trigonométrie sphérique

Jusque maintenant, observations au méridien

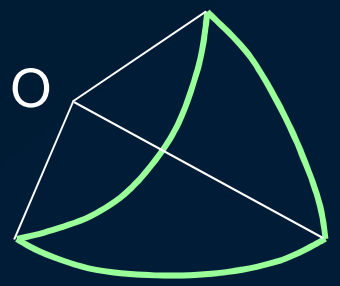
➡ Axe des pôles, zénith et astre dans le même plan

➡ Résolution des problèmes par simples sommations d'angles

Cas général : 3 points « non-alignés » sur la sphère céleste formant un triangle sphérique.

Arc de grand cercle (entre 2 points) : intersection entre la sphère et le plan comprenant son centre et les 2 points.

Triangle sphérique : 3 points sur la sphère reliés par des arcs de grands cercles.



Question : Relation entre les angles associés à ce triangle ?

Trigonométrie sphérique

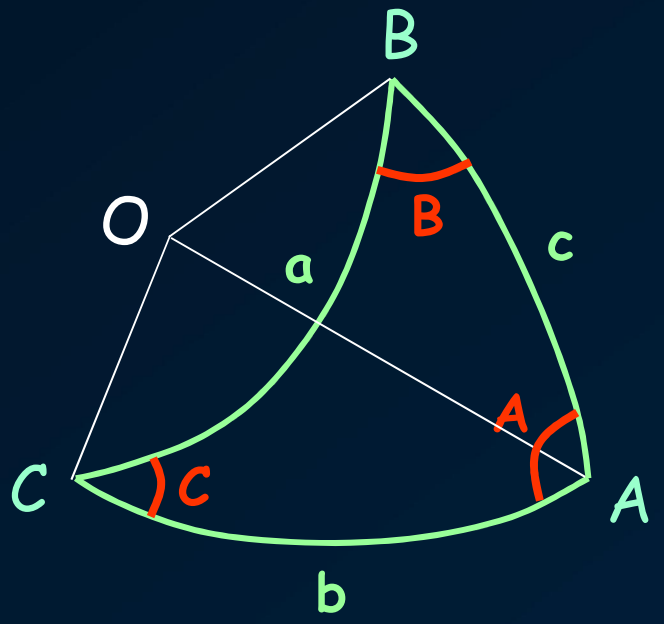
6 angles associés à un triangle sphérique A, B, C :

3 « longueurs d'arc » :

a = angle OB – OC

b = angle OA – OC

c = angle OA - OB



3 angles au sommet :

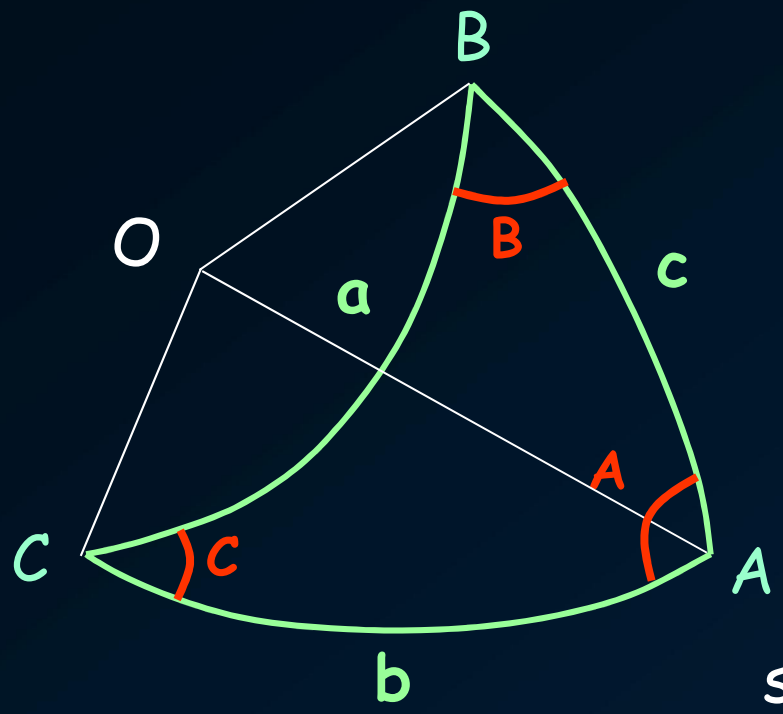
A = angle dièdre $\pi_{OAC} - \pi_{OAB}$

B = angle dièdre $\pi_{OAB} - \pi_{OBC}$

C = angle dièdtre $\pi_{OAC} - \pi_{OBC}$

Trigonométrie sphérique

Relations entre ces 6 angles



Relations aux cosinus

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

Relations aux sinus

$$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin C / \sin c$$

Parmi ces 5 relations, 3 sont indépendantes

Rappel, triangles planes: $\sin A / a = \sin B / b = \sin C / c$

Trigonométrie sphérique

Relations aux cosinus

$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$

$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$

$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$

Relations aux sinus

$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin C / \sin c$

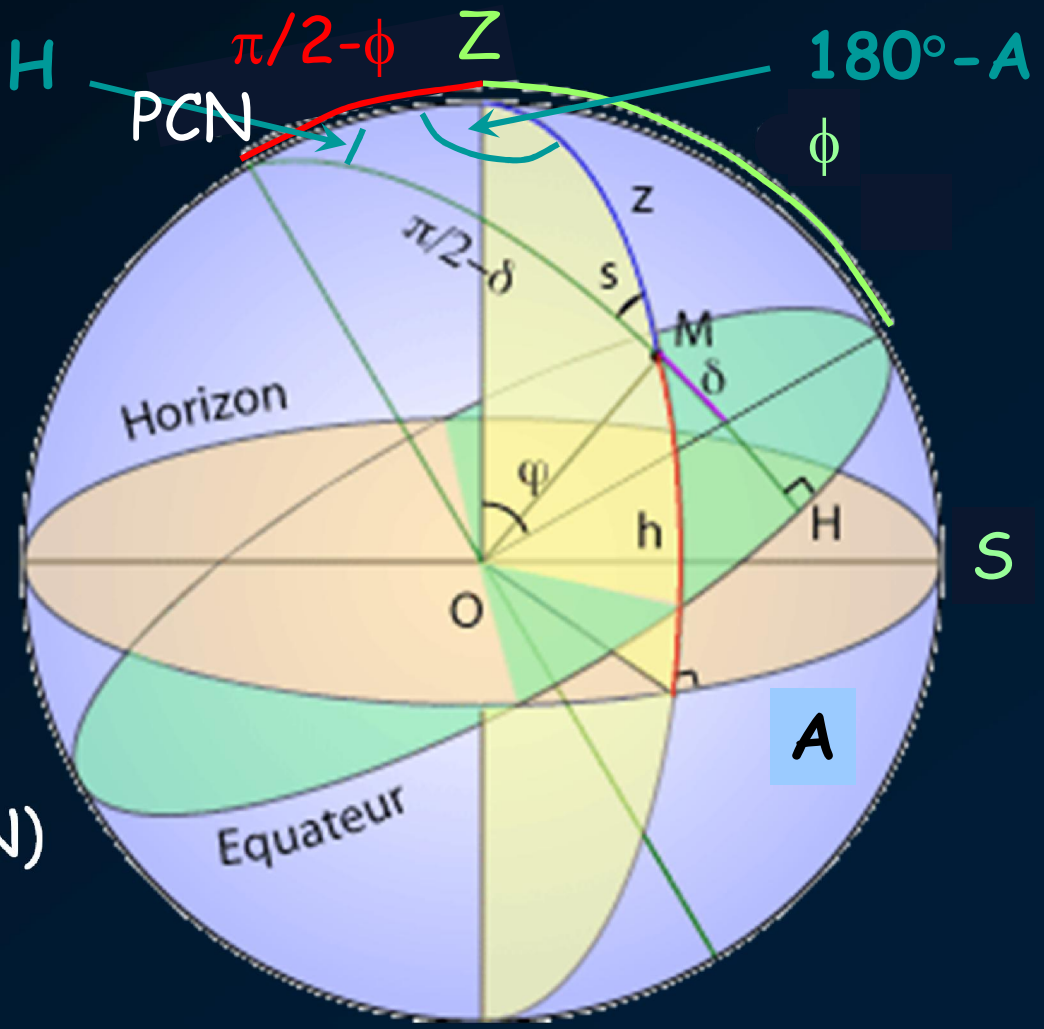
Parmi ces 5 relations, 3 sont indépendantes.

Etant donnés 3 angles, elles permettent de déterminer les 3 autres.

Triangle fondamental de l'astronomie

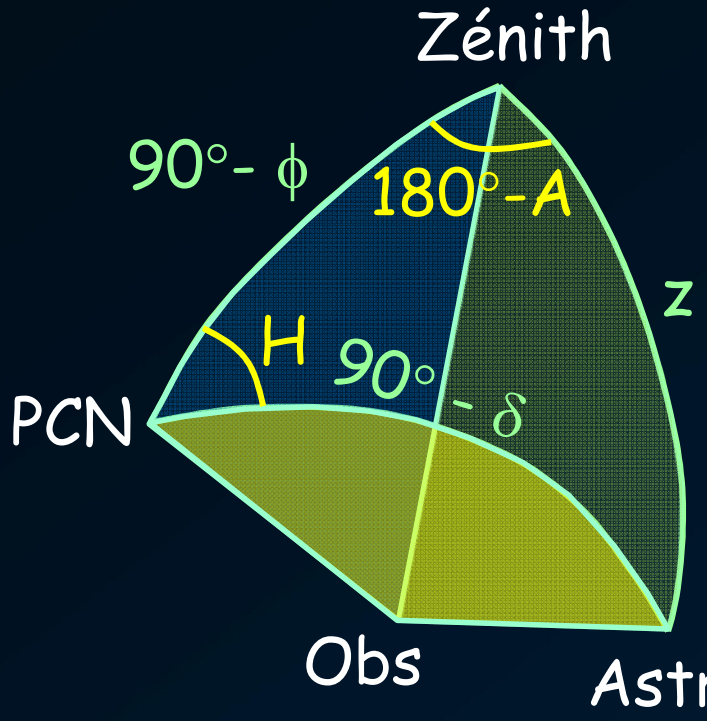
Triangle sphérique comprenant :

- Zénith (Z)
- Pôle Céleste Nord (PCN)
- Dir. de l'astre (M)



Π-tableau = Méridien

Triangle fondamental de l'astronomie



sinH/sinz = sinA/cosδ

cosz = cos(90°- δ) cos(90°- ϕ) + sin(90°- δ) sin(90°- ϕ) cosH
= sinδ sinϕ + cosδ cosϕ cosH

cos(90°- δ) = cosz cos(90°-ϕ) + sinz sin(90°-ϕ) cos(180°-A)

⟺ sin δ = cosz sinϕ – sinz cosϕ cosA

Triangle fondamental de l'astronomie

$\cos z = \sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos H$

$\sin\delta = \cos z \sin\phi - \sin z \cos\phi \cos A$

$\sin H / \sin z = \sin A / \cos\delta$

Parmi ces 3 relations, 2 sont indépendantes.

3 angles étant donnés

⬇

On trouve les 2 autres

Lever et coucher des astres ⟷ $z = 90°$

$$\cos H = - \mathrm{tg}\delta \, \mathrm{tg}\phi$$

$\cos A = - \sin\delta / \cos\phi$

Durée du jour (astre = Soleil) :

$$\Delta H = \Delta TS = 2 \left| \arccos \left(-\mathrm{tg}\delta_{\odot} \, \mathrm{tg}\, \phi \right) \right|$$

Attention à la cohérence des unités d'angles !

Exercices (2ème séance)

2.

Je suis en un lieu de latitude 32° N,
le jour de l'équinoxe d'automne et
je veux observer l'étoile Vega (α = 18h37', δ = +38°47')
9h50' sidérales après le passage du soleil au méridien.

Azimut, angle horaire et hauteur dans le ciel ?
Combien de temps (sidéral) reste-t-il avant qu'elle se couche, le soleil sera-t-il déjà levé ?

Exercices (2ème séance)

2.

Données du problème : ϕ, δ, α, ΔTS

Inconnues : A, H, z (h), …

a) α, ΔTS ➡ H

$H = \Delta TS - (\alpha - 12h) = 3h13min$

b) ϕ, δ, H ➡ A, z

$\cos z = \sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos H$

➡ $h = 90° - z = 50.545°$

$\sin\delta = \cos z \sin\phi - \sin z \cos\phi \cos A$

$\sin H / \sin z = \sin A / \cos\delta$

➡ $A = 113.764°$

Exercices (2ème séance)

2.

c) Coucher de Vega

$\cos H = - \tan\delta \tan\phi$ ➡ $H = 8.009$ h

Intervalle de TS obs. – coucher (Vega) :

$\Delta TS = H_c - H_o = 8.009\text{ h} - 3\text{h}13\text{min} = 4\text{h}47\text{min}32\text{s}$

d) Lever du Soleil :

Equinoxe d'automne ➡ $H_2 = 18$ h

Obs. 1, 9h50min après midi ➡ $H_1 =$ 9h50min

➡ $\Delta TS = \Delta H = 8\text{h}10\text{min} > 4\text{h}47\text{min}$

➡ Soleil pas encore levé

Exercices (2ème séance)

5.

Déterminer la durée du jour et la quantité totale d'énergie solaire reçue sur terre par 24h et par m^2 en moyenne sur la globalité de la terre et localement aux moments et lieux suivants
(la constante solaire est $C = 1365\ W/m^2$):

- Solstices d'été et d'hiver, équinoxes
- Latitudes : $\phi = 0°, +23°27', +51°, +75°, -51°$

Constante solaire = (Norme du) flux d'énergie rayonnée en provenance du soleil au sommet de l'atmosphère

Exercices (2ème séance)

5.

a) Cas global

Energie globale reçue en 24h : $E = C \cdot 3600 \cdot 24 \cdot \pi \cdot R^2$

Surface de la terre : $S = 4 \pi R^2$

$E/S = C \cdot 3600 \cdot 6 = 2.948 \times 10^7$ J/m²

Flux moyen reçu = $E/(S*24h) = C / 4$

b) Cas local :

Flux local reçu sur plan horizontal : $C \cdot \cos z$

A intégrer % au temps du lever au coucher du soleil.

Exercices (2ème séance)

Flux local reçu sur plan horizontal : C . Cos z

A intégrer % au temps du lever au coucher:

$$E = C \int_{t_l}^{t_c} \cos z \, dt$$

$$= C \int_{t_l}^{t_c} (\sin\phi \sin\delta + \cos\phi \cos\delta \cos H) dt$$

t_l : temps au lever

t_c : temps au coucher

δ ~ cste. , variation de H

Lever-coucher : $\cos H_{c,l} = -\tan\phi \tan\delta$

$$t_c - t_l = (H_{c,r} - H_{l,r}) \cdot 3600 \cdot 12/\pi = |\arccos_r(-\tan\phi \tan\delta)| \, 3600 \cdot 24/\pi$$

arccos en radians

$$\int_{t_l}^{t_c} \cos(H_r) dt = \int_{H_l}^{H_c} \cos(H_r) \frac{dt(s)}{dH_r} dH_r$$

$$= (\sin(H_c) - \sin(H_l)) \cdot 12 \cdot 3600 / \pi$$

$$= \sqrt{1 - (\tan\phi \tan\delta)^2} \cdot 24 \cdot 3600 / \pi$$

Exercices (2ème séance)

$$E = C\int_{t_l}^{t_c} \cos z \, dt = C\int_{t_l}^{t_c} (\sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H)dt$$

$$t_c - t_l = |\arccos_r(-\tan\phi\tan\delta)|\, 3600\cdot 24/\pi$$

$$\int_{t_l}^{t_c} \cos H\, dt = \sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta)^2}\cdot 24\cdot 3600/\pi$$

$$E = C{\cdot}24{\cdot}3600/\pi\left(\sin\phi\sin\delta\arccos_r(-\tan\phi\tan\delta) + \cos\phi\cos\delta\sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta)^2}\right)$$

Formule valable si le soleil se lève et se couche ⟺ $|\phi|$ - 90° < δ < 90° - $|\phi|$

⟺ $|\tan\phi\tan\delta| < 1$

Si **nuit polaire** (ϕ > 90°+ δ à l'hémisphère nord),
l'ensoleillement est nul ➡ E = 0.

Si **soleil de minuit** (ϕ > 90°- δ à l'hémisphère nord),
cos H a une moyenne nulle ➡ seul le terme $E = C\int_{24h} \sin\phi\sin\delta dt$ compte.

➡ $E = C\cdot 3600\cdot 24\sin\phi\sin\delta$ en 24h

Exercices (2ème séance)

Lever et coucher :

$$E = C{\cdot}24{\cdot}3600/\pi \left(\sin\phi \sin\delta \arccos_r(-\tan\phi\tan\delta) + \cos\phi\cos\delta\sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta)^2}\right)$$

Soleil de minuit : $E = C \cdot 3600 \cdot 24 \sin\phi \sin\delta$

1) A l'équateur : ϕ = 0, jour = 12h

➡ $E = C \cdot 3600 \cdot 24/\pi \cos\delta$

1.1 Equinoxes : δ = 0 ➡ $E = 3.754 \times 10^7$ J/m^2

1.2 Solstices : δ = +/- 23°27' ➡ $E = 3.444 \times 10^7$ J/m^2

Faible effet saisonnier, saisons sèches - pluies

2) Au tropique du cancer : ϕ = +23°27'

2.1 Equinoxes : $E = 3.444 \times 10^7$ J/m^2 jour =12h

2.2 Solstice d'été : $E = 4.15 \times 10^7$ J/m^2 jour = 13.446 h.

2.3 Solstice d'hiver : $E = 2.282 \times 10^7$ J/m^2 jour = 10.554 h.

Exercices (2ème séance)

Lever et coucher :

$$E = C{\cdot}24{\cdot}3600/\pi \left(\sin\phi \sin\delta \arccos_r(-\tan\phi\tan\delta) + \cos\phi\cos\delta\sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta)^2}\right)$$

Soleil de minuit : $E = C \cdot 3600 \cdot 24 \sin\phi \sin\delta$

3) A nos latitudes : ϕ = 51°

2.1 Equinoxes : $E = 3.362 \times 10^7$ J/m^2 jour =12h

2.2 Solstice d'été : $E = 4.31 \times 10^7$ J/m^2 jour = 16.32 h !

2.3 Solstice d'hiver : $E = 0.633 \times 10^7$ J/m^2 jour = 7.68 h !

Grand contraste saisonnier !

4) Au-delà du cercle arctique (ϕ > 66°33'), ici : ϕ = 75°

2.1 Equinoxes $E = C \cdot 3600 \cdot 24/\pi \cos\phi = 0.972 \times 10^7$ J/m^2 jour =12h

2.2 Solstice d'été : $E = 4.533 \times 10^7$ J/m^2 en 24h Soleil de minuit

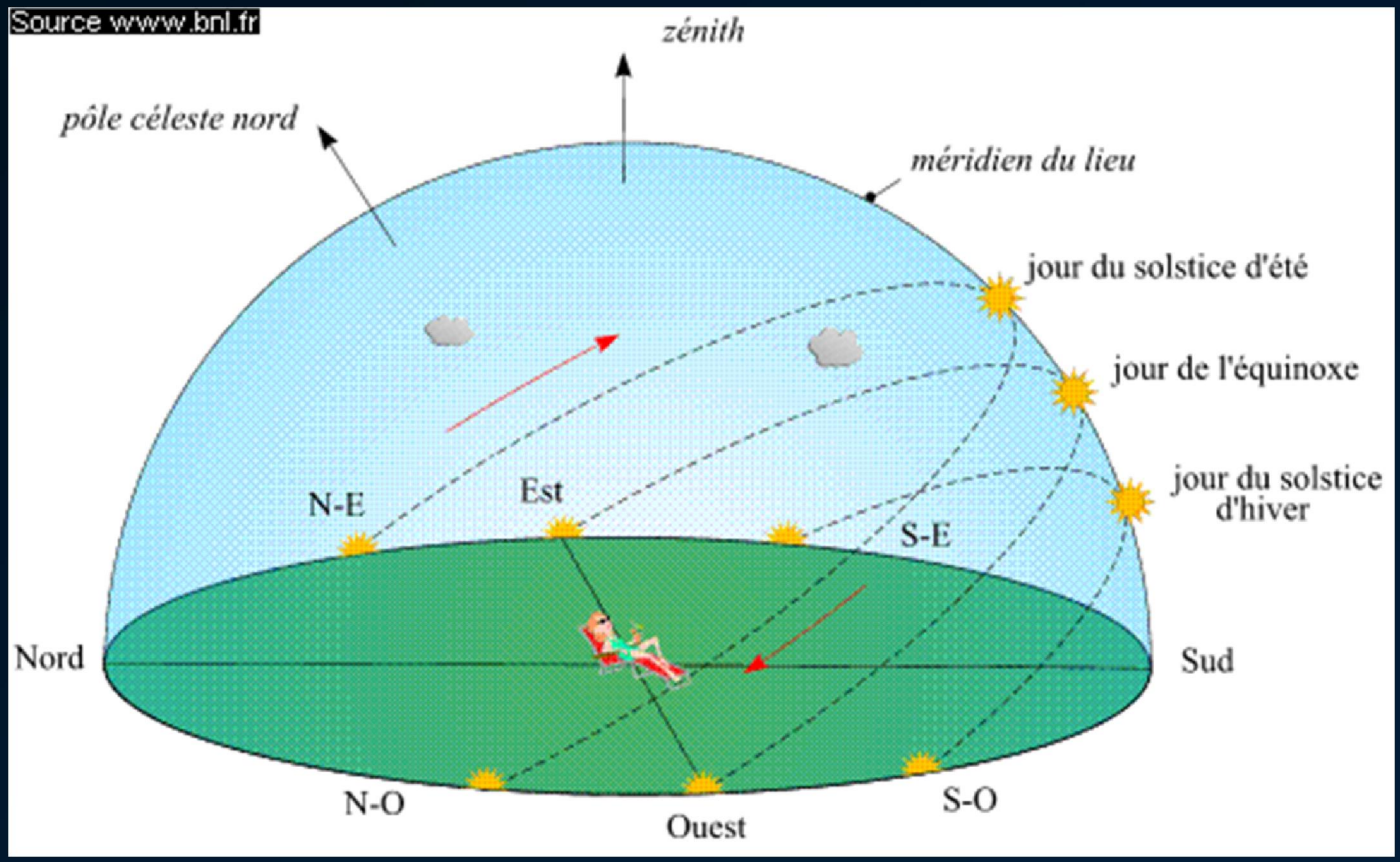
2.3 Solstice d'hiver : $E = 0$ Nuit polaire

Les saisons

La déclinaison du soleil varie périodiquement en 1 an

1ère conséquence : variation de la hauteur maximale du soleil

2ème conséquence : variation de la durée du jour



Le mouvement des planètes

Les planètes orbitent autour du Soleil

➡ Mouvement % aux étoiles observé depuis l'antiquité

(Grec : Planetes = astres mobiles)

Modèle géocentrique (-400 av. J.-C. ⟶ XVème siécle)

Pourquoi ce modèle s'est imposé ~ 2000 ans ?

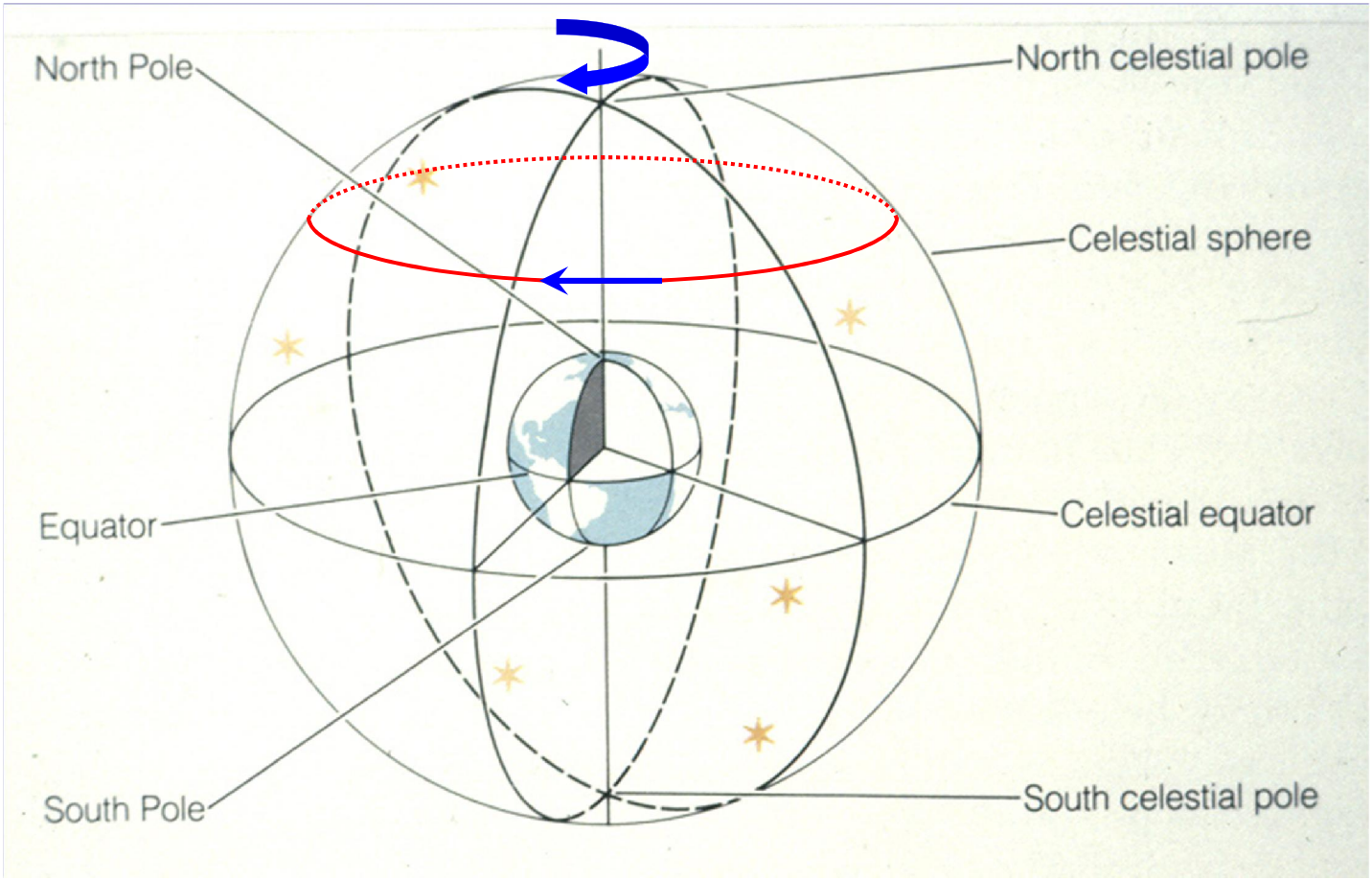
- **Raisons philosophico-religieuses**

Depuis les grecs (Pythagoriciens, Platon, Aristote, …), distinction entre

- **Terre (monde sublunaire)** : Imparfaite, finitude, imprévisible …
  Aristote : Mouvement naturel vers centre de la Terre = Centre du monde
- **Cosmos** : Parfait, éternel, divin
  Mouvement naturel = mouvement circulaire uniforme % centre du monde
  ➡ Sphère céleste en rotation circulaire uniforme éternelle

Bien plus tard, point de vue repris dans le dogme chrétien (Thomas d'Aquin); chaque chose a sa place ➡ point de vue rassurant et satisfaisant.

L'univers à 2 sphères



Le mouvement des planètes

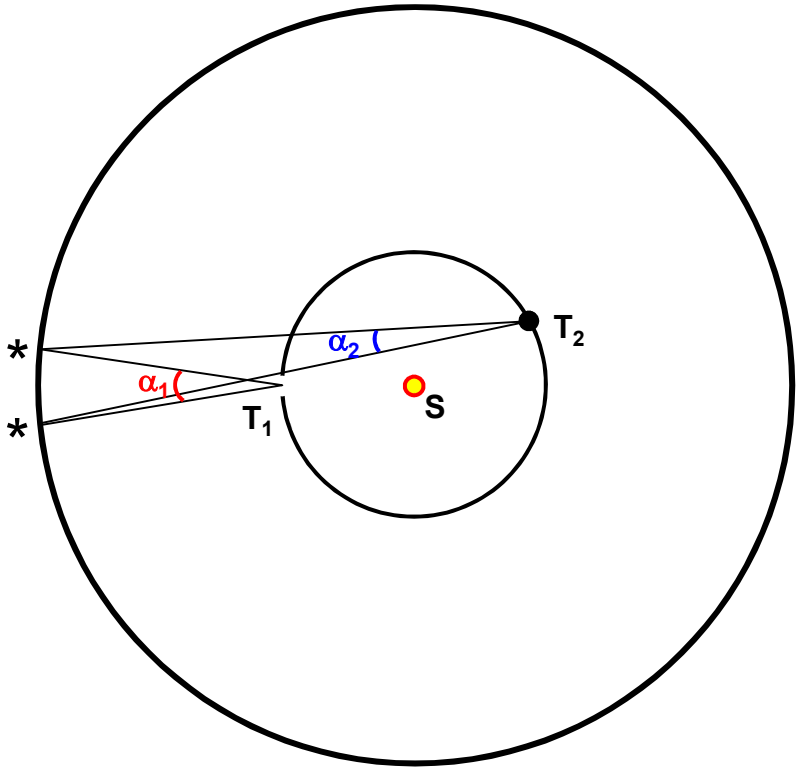
Modèle géocentrique (-400 av. J.-C. ⟶ XVème siécle)

Pourquoi ce modèle s'est imposé ~ 2000 ans ?

- **Raisons « scientifiques »**

Fausses : vents terribles si rotation, …

Crédibles : La position relative des étoiles
ne change pas au cours du temps
contrairement à ce que prédit
un modèle héliocentrique



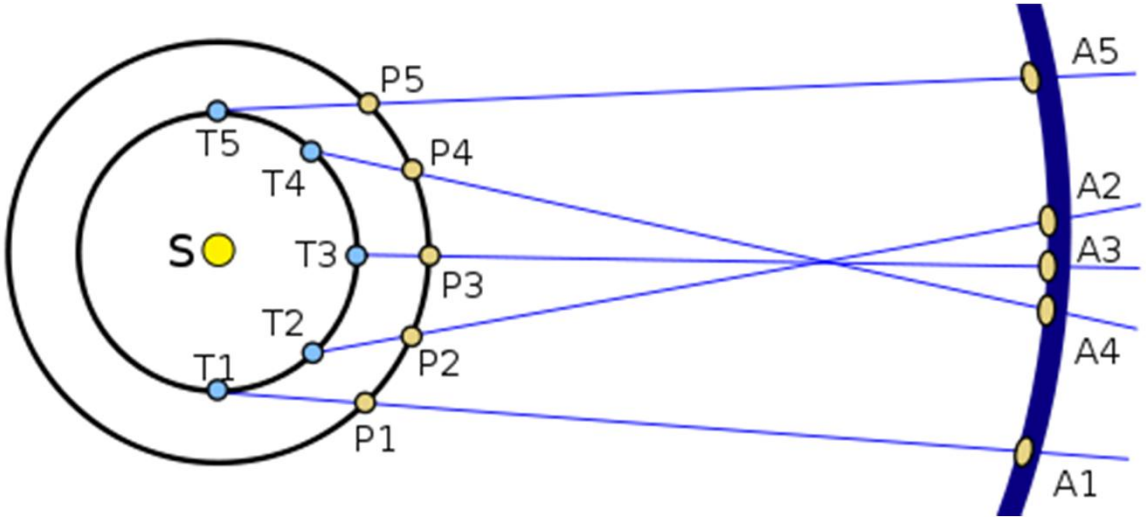
En réalité, facteur ~ 300000
entre Unité Astronomique et
distance des étoiles les plus proches
(critique : débauche d'espace …)

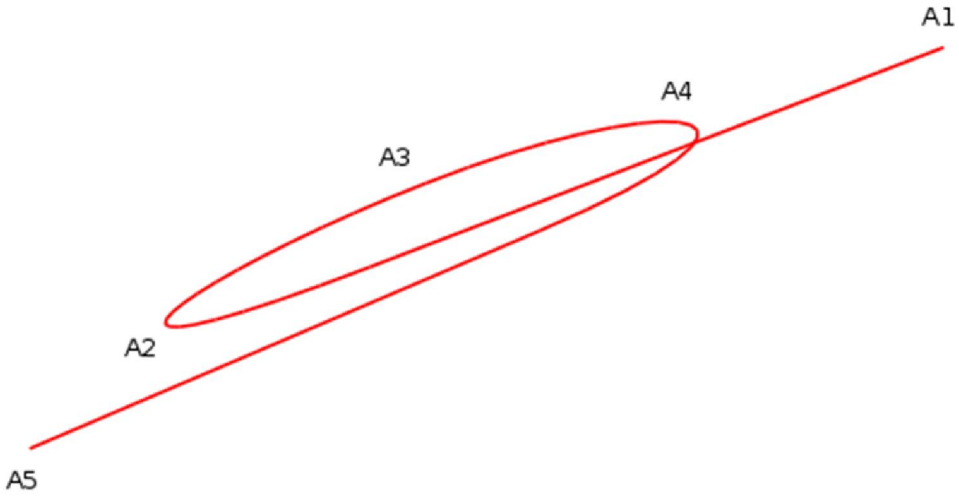
Il faudra attendre le XIXème siècle (Bessel) pour
mesurer le déplacement angulaire des étoiles dû à la rotation de la terre !

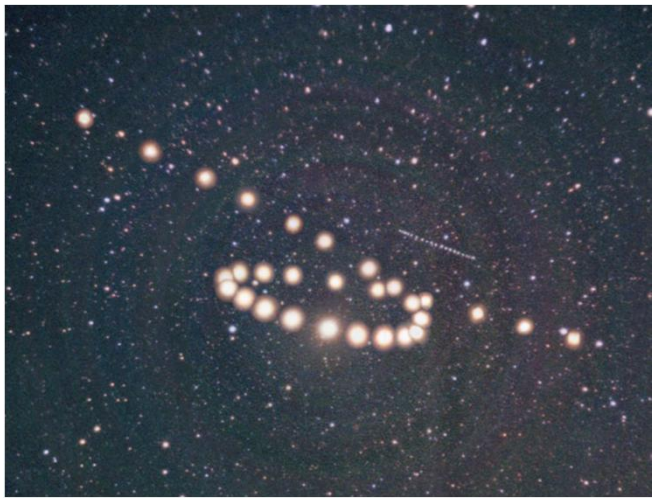
Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

Trajectoire d'une planète sur la sphère céleste vue depuis la terre:

Phénomène de **mouvement rétrograde**





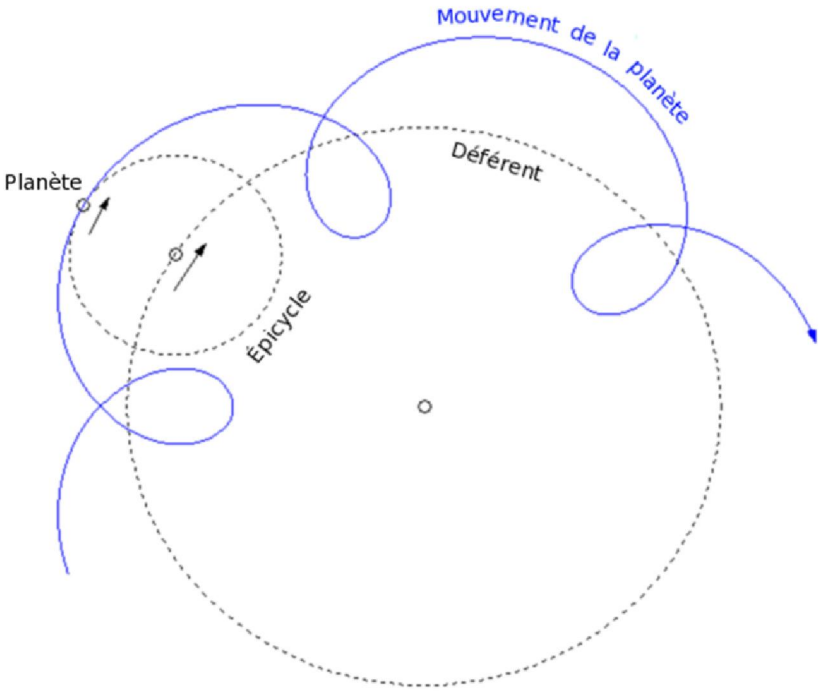


Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

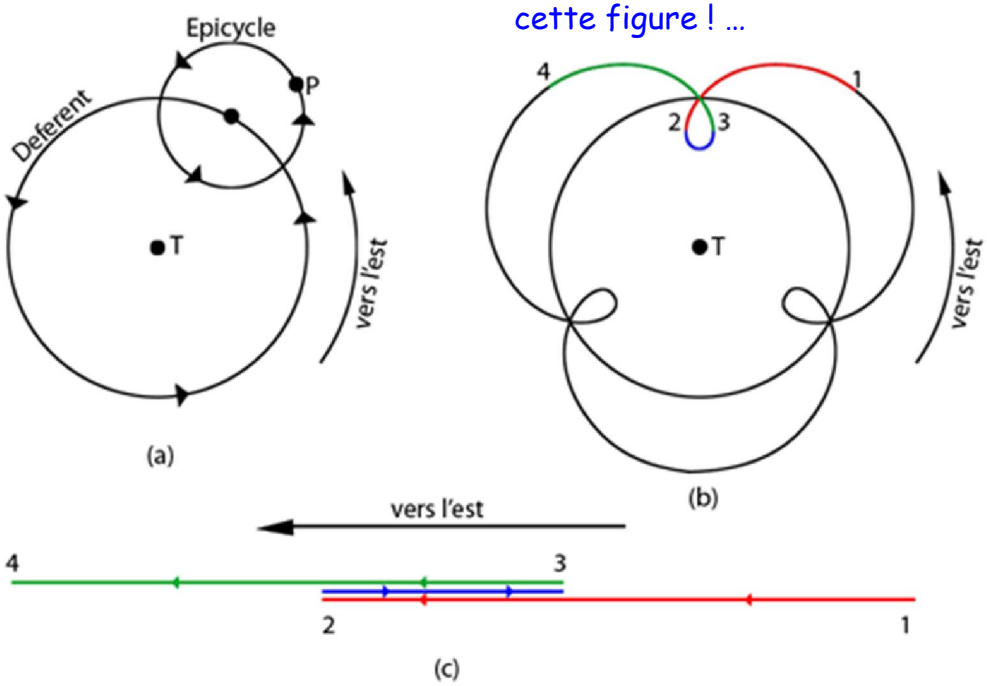
Explication du mouvement rétrograde par la

théorie des épicycles

(Hipparque ~190-120 av. J.C. ; Ptolémée 90-168 ap. J.C.)



En réalité, la trajectoire ne se referme pas comme dans cette figure ! …

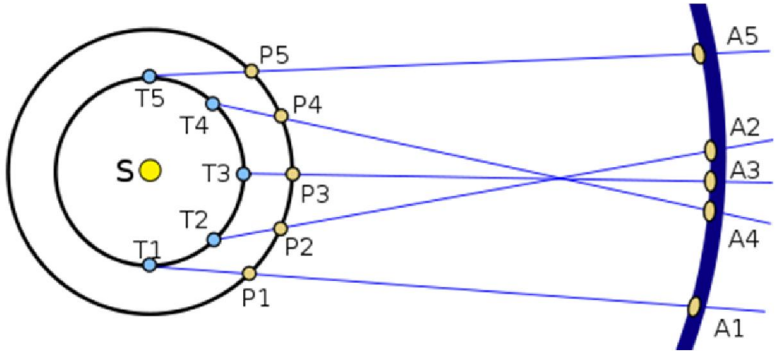


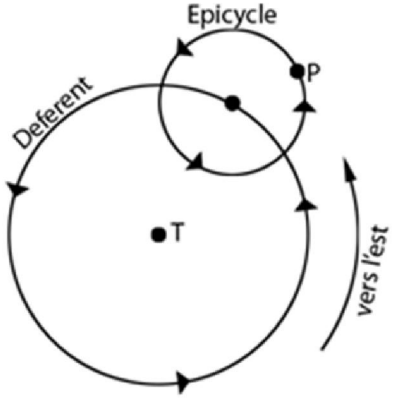
Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

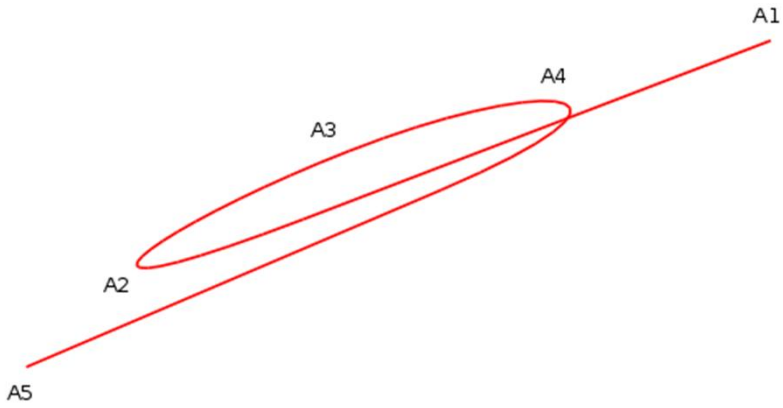
Le mouvement rétrograde des planètes

Expliqué par le modèle héliocentrique et le modèle géocentrique des **épicycles**

Avec des trajectoires circulaires, le modèle héliocentrique
(Copernic 1473-1543) ne donne pas un meilleur accord avec les observations ! …

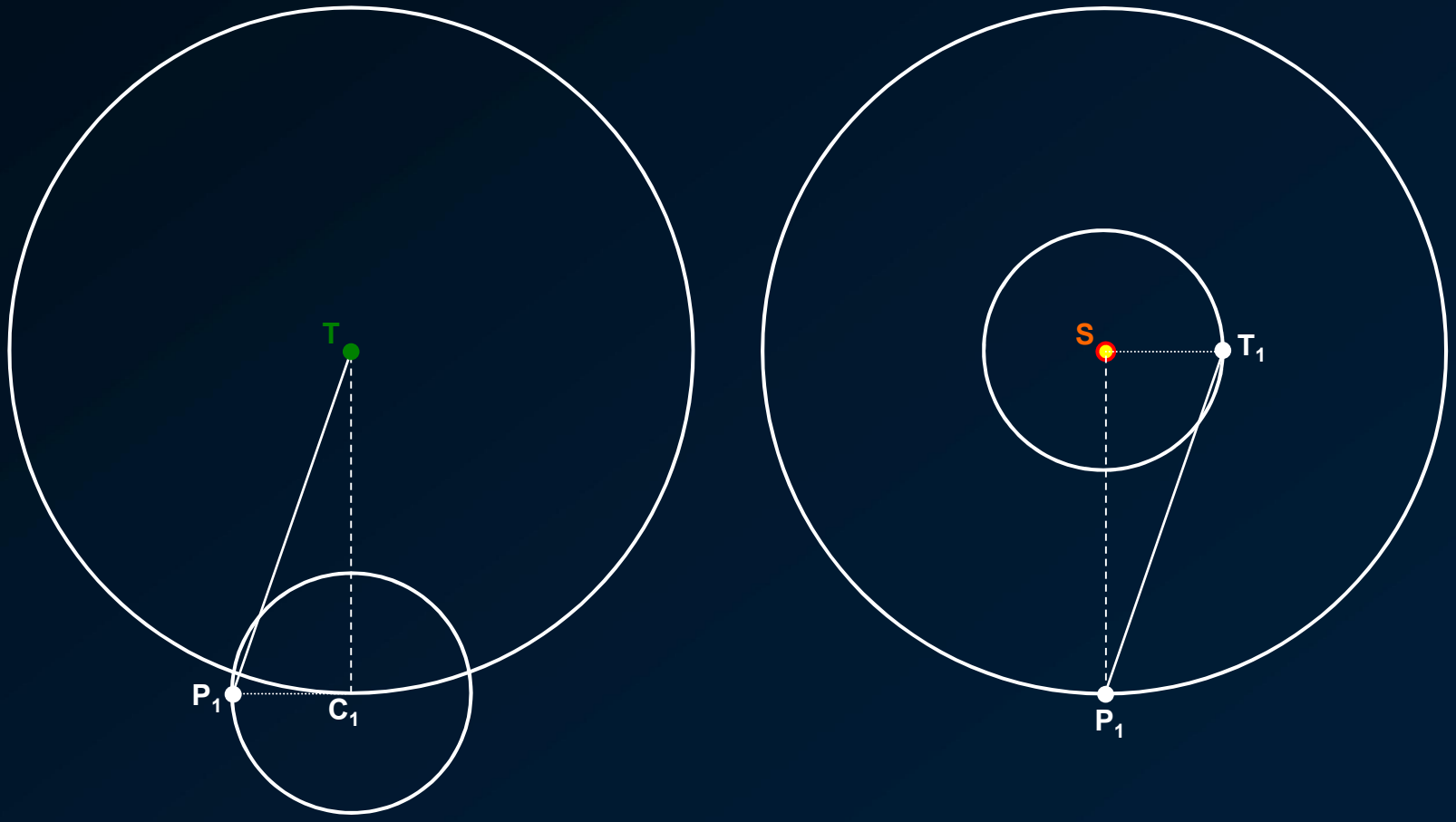






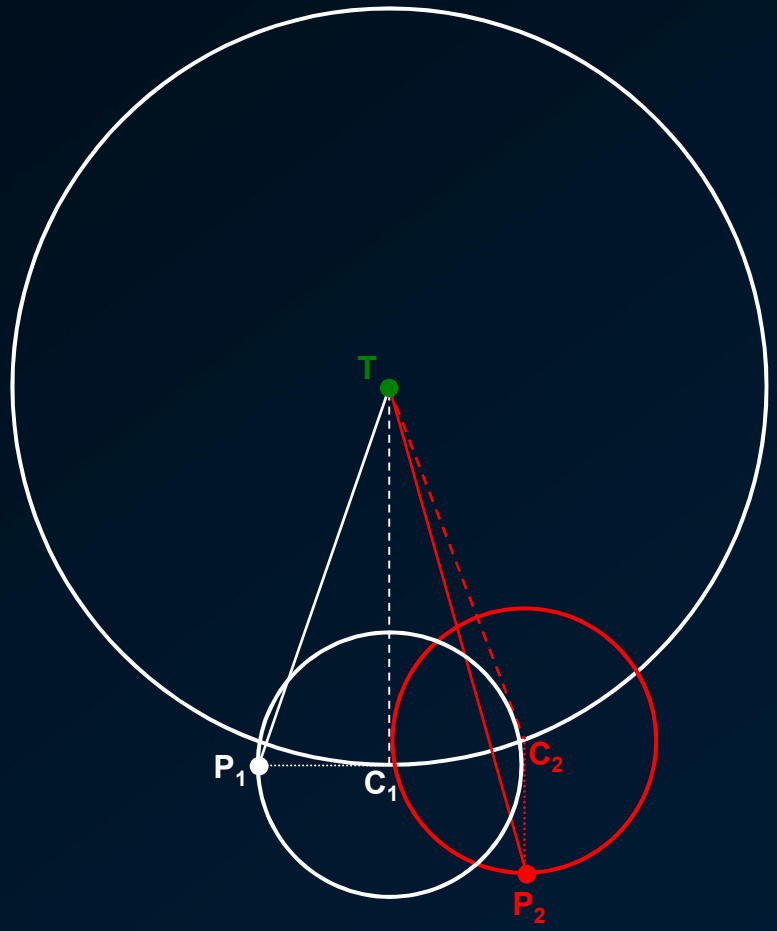
Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

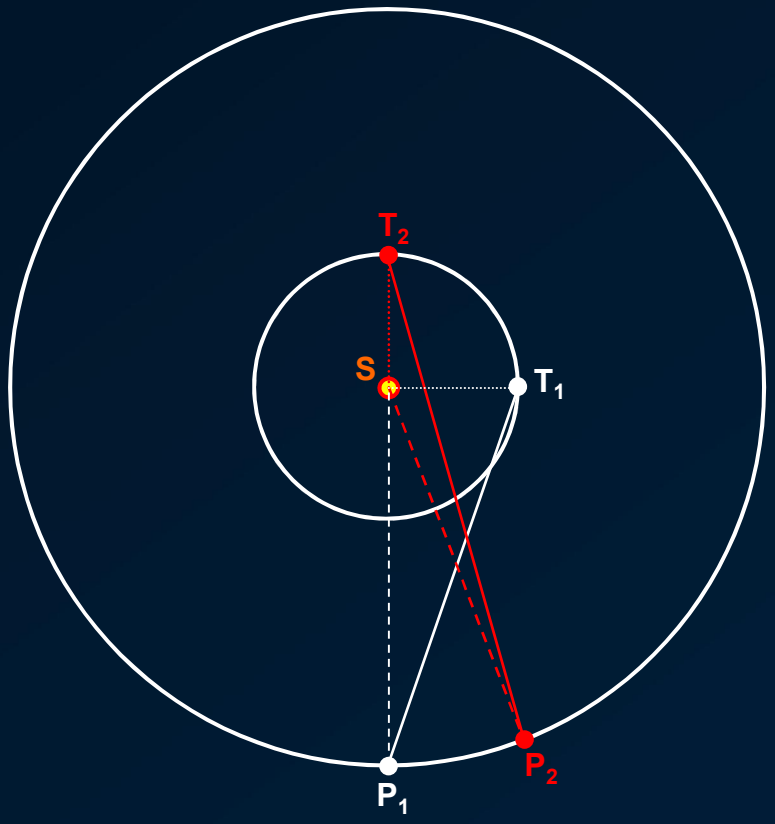
Avec des cercles, ils sont parfaitement équivalents
d'un point de vue observationnel !!!



Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

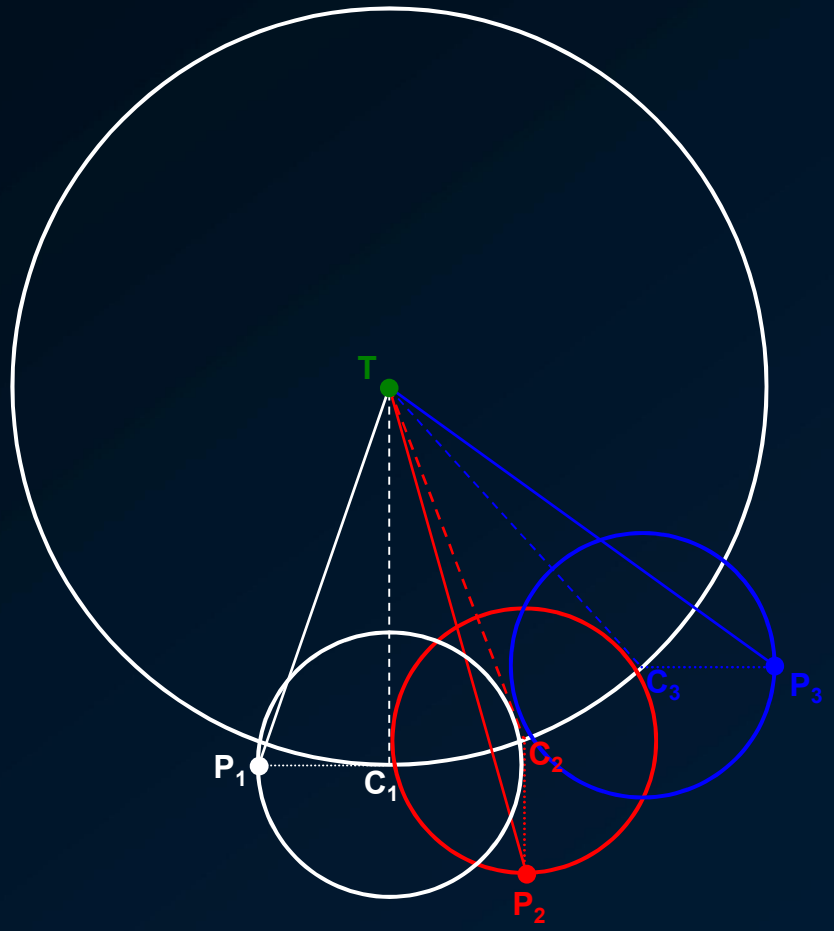
Avec des cercles, ils sont parfaitement équivalents
d'un point de vue observationnel !!!

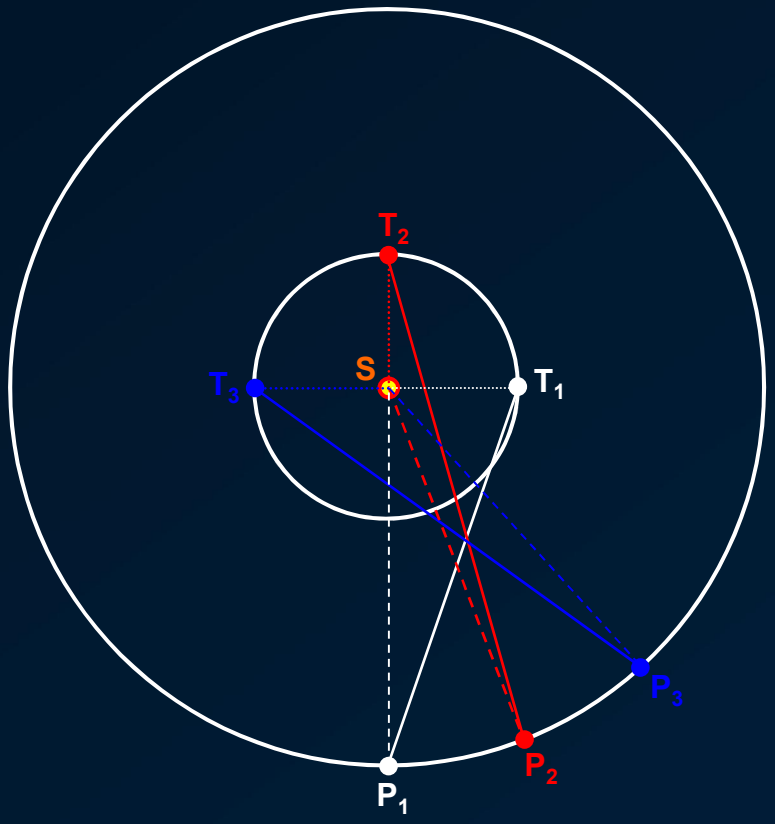




Modèle géocentrique versus modèle héliocentrique

Avec des cercles, ils sont parfaitement équivalents
d'un point de vue observationnel !!!





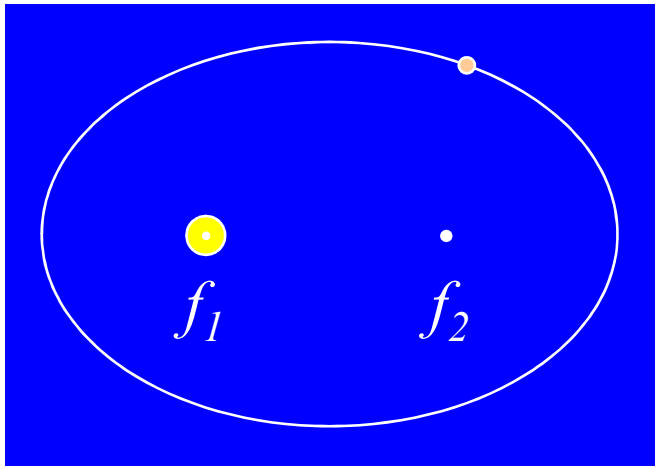
Le mouvement des planètes

Les 3 lois de Kepler (~1600)

Modèle rendant bien mieux compte des observations bcp. + précises de son maître Tycho Brahe.

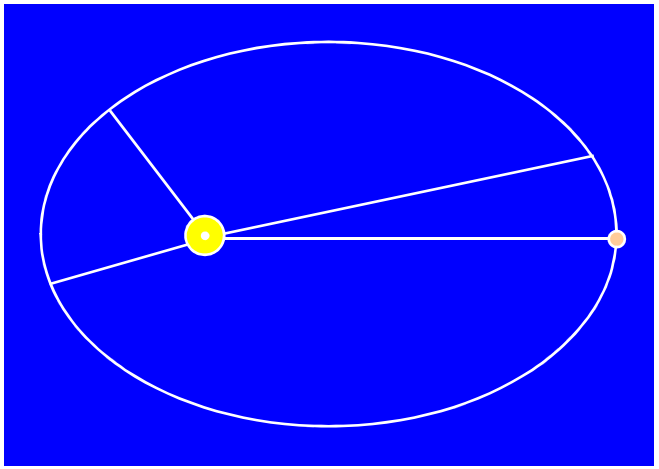
1ère loi (ellipses) :

Les planètes se meuvent sur des **ellipses** dont un des foyers est occupé par le soleil.



2ème loi (loi des aires) :

Le rayon joignant le soleil à la planète balaie des **aires égales** en des **temps égaux**.



Le mouvement des planètes

Les 3 lois de Kepler (1609)

3ème loi (loi harmonique) :

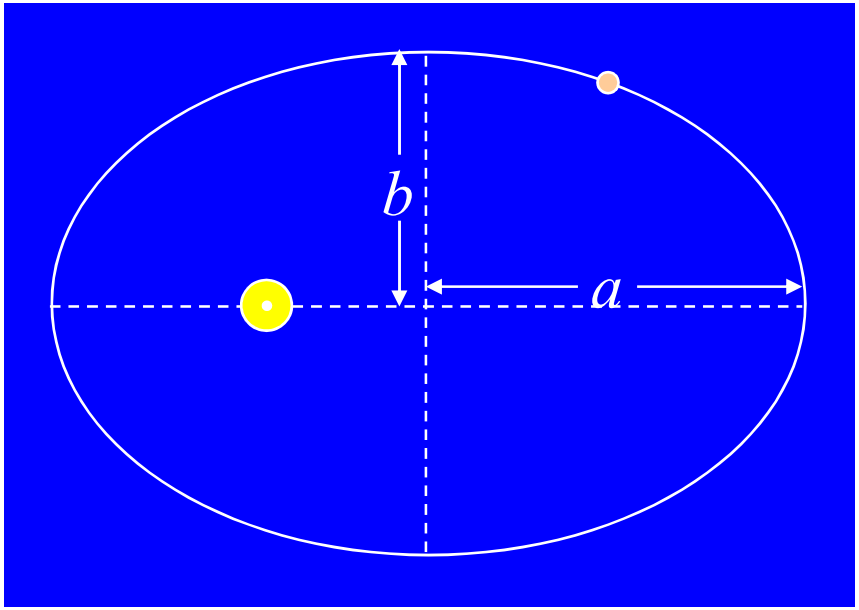
Le carré de la période de révolution ***P*** d'une planète est proportionnel au cube du demi grand axe ***a*** de son orbite :

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Façon de l'exprimer à l'époque

$$\Updownarrow$$

$$\frac{P^2}{a^3} = cst.$$



Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

Référentiel inertiel dont l'origine est le centre de masse :

$\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$: vecteurs positions des 2 corps, $\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$: position relative

➡ $$\frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2} = 0$$

m_1 , m_2 : leurs masses

Masse réduite : $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ Masse totale : $M = m_1 + m_2$

➡ $$\vec{r_1} = -\frac{\mu}{m_1}\vec{r}\,, \quad \vec{r_2} = \frac{\mu}{m_2}\vec{r}$$

Equation de mouvement :

$$\mu\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m_2\frac{d^2\vec{r_2}}{dt^2} = -m_1\frac{d^2\vec{r_1}}{dt^2} = -Gm_1m_2\frac{\vec{r}}{r^3} = -G\mu M\frac{\vec{r}}{r^3}$$

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

1ère loi de kepler :

Du point de vue du référentiel inertiel dont l'origine est le centre de masse :
les 2 corps parcourent une **conique** dont le foyer est le centre de masse.

Cas particulier du système solaire :

Terre – Soleil :

$$\frac{|\vec{r}_{sol}|}{1\,\mathrm{UA}} = \frac{m_{terre}}{m_{sol}+m_{terre}} \simeq \frac{m_{terre}}{m_{sol}} = \frac{5.9742\times10^{24}kg}{1.9891\times10^{30}kg} \approx 3\times10^{-6}$$ ➡ Moins d'un millième du rayon solaire …

Jupiter – Soleil :

$$|\vec{r}_{sol}| \simeq \frac{m_{jup}}{m_{sol}} d_{sol-jup} = \frac{1.8987\times10^{27}kg}{1.9891\times10^{30}kg}\,5.2\,\mathrm{UA} = 1.0676\ R_{sol}.$$

Application astrophysique : détection d'exoplanètes

Les étoiles ayant des planètes orbitent autour du centre de masse du système.
Ce mouvement peut être observé ➡ détection indirecte d'une exoplanète

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

Du point de vue du référentiel inertiel dont l'origine est le centre de masse :

les 2 corps parcourent une **conique** dont le foyer est le centre de masse.

Quelle conique ? ➡ **Energie totale du système ?**

Vitesses dans le référentiel du centre de masse : $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$

Vitesse relative : $\vec{v} = \vec{v_2} - \vec{v_1}$

Energie cinétique totale : $E_c = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{\mu v^2}{2}$

Energie potentielle totale : $E_p = -\frac{G m_1 m_2}{r} = -\frac{G \mu M}{r}$

Energie mécanique totale : $\boxed{E = \mu \left(\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} \right)}$ = Cste.

E < 0 ➡ **Ellipse**, orbite liée

E = 0 ➡ **Parabole**, orbite non-liée, v → 0 à l'infini

E > 0 ➡ **Hyperbole**, orbite non-lié, v > 0 à l'infini

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

E < 0 ➡ **Ellipse**, orbite liée

E = 0 ➡ **Parabole**, orbite non-liée, v → 0 à l'infini

E > 0 ➡ **Hyperbole**, orbite non-lié, v > 0 à l'infini

Vitesse d'échappement-libération (Terre: 11.2 km/s)

Soit un corps à une distance ***r*** d'un corps massif (somme des masses = ***M***),

$v \geq v_e \equiv \sqrt{2GM/r}$ ⬌ $E \geq 0$ ⬌ son orbite n'est pas liée au corps massif.

Vitesse de mise en orbite

On lance un corps perpendiculairement à la direction d'un corps massif.
Vitesse v_l nécessaire pour qu'il ne s'en rapproche pas ?

Orbite circulaire : $\omega^2 r = \frac{v_l^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$ ➡ $v_l = \sqrt{GM/r}$

Si $v \geq v_l$ ➡ **conique d'excentricité** $e = \frac{v^2 r}{GM} - 1$

e = 0 : cercle
0 < e <1 : ellipse
e = 1 : parabole
e > 1 : hyperbole

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

2ème loi de Kepler (loi des aires) :

Le rayon joignant le soleil à la planète balaie des **aires égales** en des **temps égaux**.

C'est l'expression de la **loi de conservation du moment cinétique total**.

$$\vec{L} = m_1\,\vec{r_1} \times \vec{v_1} + m_2\,\vec{r_2} \times \vec{v_2} = \mu\,\vec{r} \times \vec{v} \;=\; cste.$$

Démonstration :

$$dA \simeq (1/2) r^2 d\theta \qquad |\,\vec{r} \times \vec{v}\,| \;=\; r\,v_\theta$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2}\frac{d\theta}{dt} = (1/2)\,r\,v_\theta = \frac{1}{2}\frac{L}{\mu} = cste.$$

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

3ème loi (loi harmonique) :

Le carré de la période de révolution ***P*** d'une planète est proportionnel au cube du demi grand axe ***a*** de son orbite.

Formulation de Newton :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}$$

➡ Constante de proportionnalité connue et reliée à la masse du système !

➡ Méthode de **détermination des masses** en astrophysique

Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}$$

Méthodes de **détermination des masses** en astrophysique :

Cas simple : Masses du Soleil et des planètes

Soleil : On connaît les périodes des planètes et leurs demi-grands axes

➡ On en déduit la masse du Soleil : $M_{sol} \simeq (M_{sol} + M_{plan}) = \frac{4\pi^2 a^3_{plan-sol}}{G P^2_{plan}}$

Planètes : Idem en se basant sur l'orbite de leurs satellites : $M_{plan} = \frac{4\pi^2 a^3_{sat-plan}}{G P^2_{sat}}$

Grande incertitude sur la constante de la Gravitation :

$$G = (6.67428 \pm 0.00067) \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

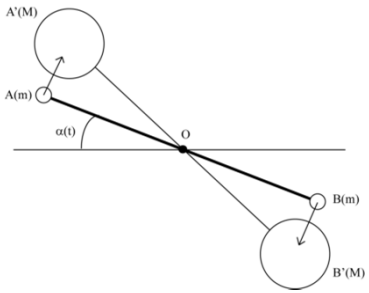
Précision relative ~ 10^{-4}

(Balance de Cavendish, 1798)

Précision relative sur $G\,M_{sol}$ ~ 10^{-8} !

L'incertitude sur la masse du soleil vient de l'incertitude sur G :

$$M_{sol} = 1.9891 \times 10^{30} kg$$



Les lois de Kepler à la loupe de la mécanique Newtonienne : Le problème à 2 corps

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}$$

Méthodes de **détermination des masses** en astrophysique :

Cas simple : Masses du Soleil et des planètes

Soleil : On connaît les périodes des planètes et leurs demi-grands axes

➡ On en déduit la masse du Soleil : $M_{sol} \simeq (M_{sol} + M_{plan}) = \frac{4\pi^2 a^3_{plan-sol}}{G P^2_{plan}}$

Planètes : Idem en se basant sur l'orbite de leurs satellites : $M_{plan} = \frac{4\pi^2 a^3_{sat-plan}}{G P^2_{sat}}$

Cas plus difficile : Etoiles binaires en orbite l'une autour de l'autre

Difficulté : déterminer ***a*** car :

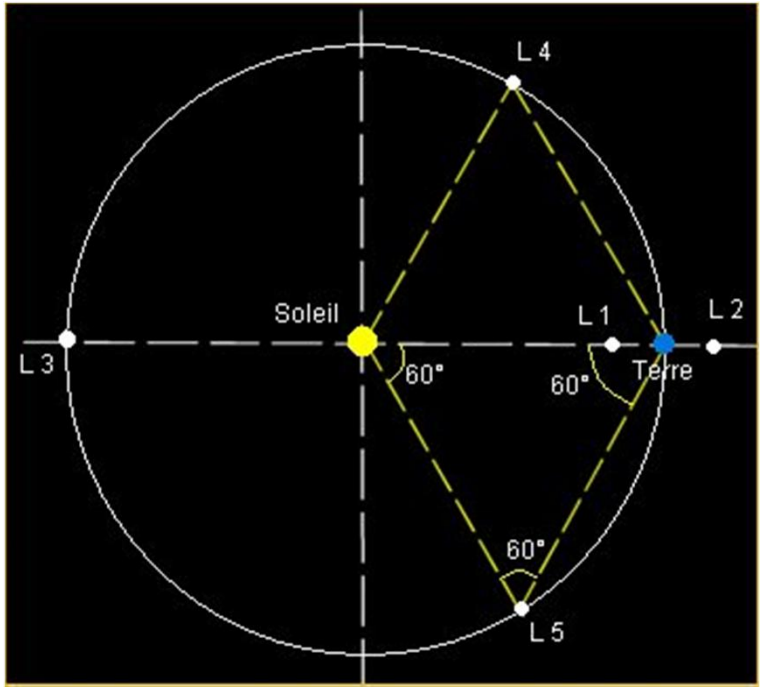
- la **distance** % à l'observateur est mal connue,
- l'**inclinaison** du plan de l'orbite % à l'obs. est inconnue ...
- petite séparation angulaires (bin. visuelles)
- séparer les spectres (bin. Spectroscopiques)

Les points de Lagrange

Soient 2 corps en orbite circulaire autour de leur centre de masse.

Soit un 3ème corps de masse négligeable % aux 2 autres

On se place dans un **référentiel en rotation**, fixe % 2 corps massifs



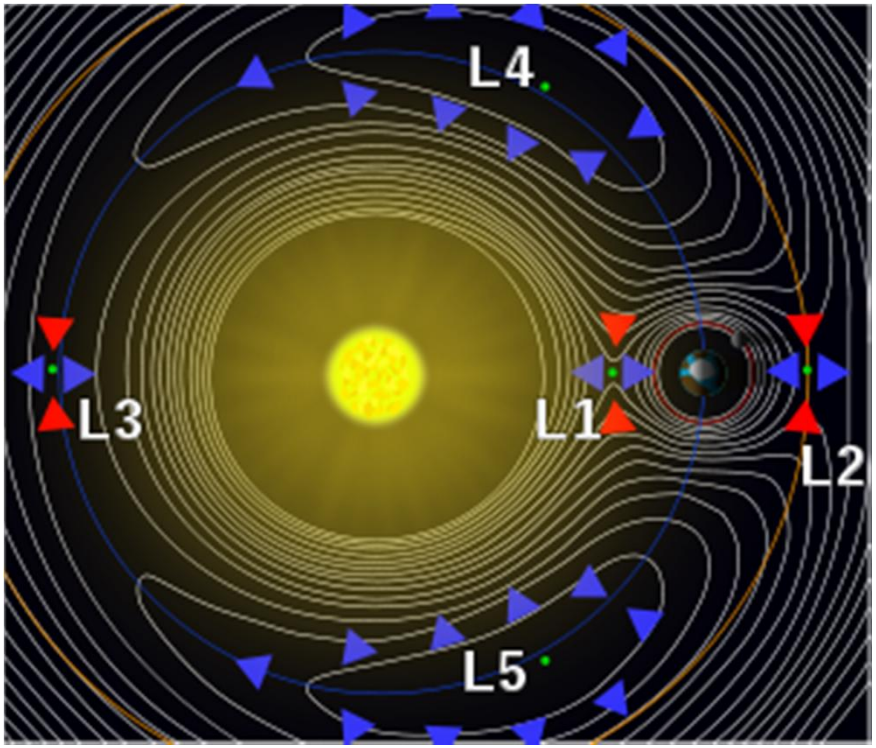
Les points de Lagrange sont les points où s'équilibrent les forces exercées sur le 3ème corps:

Force d'attraction gravifique par le 1er corps

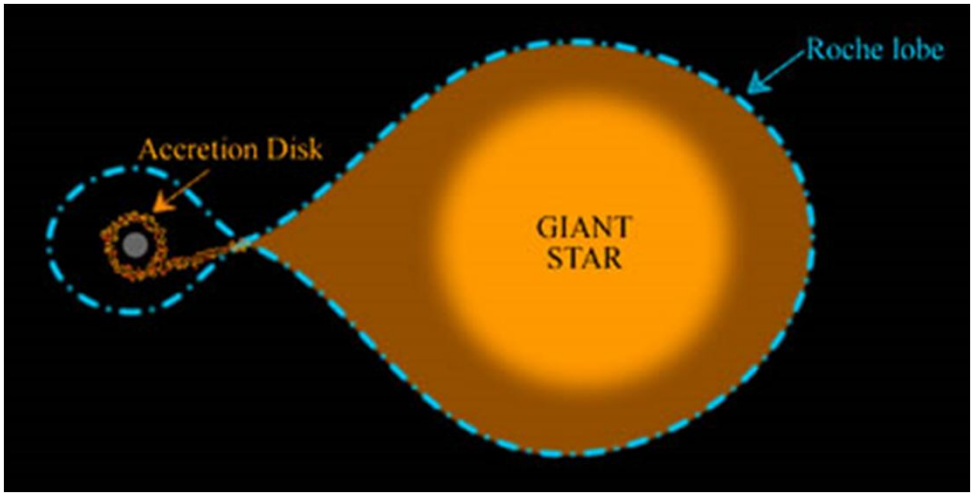
\+ Force d'attraction gravifique par 2ème corps

\+ Force centrifuge = 0

Points de Lagrange et lobes de Roche



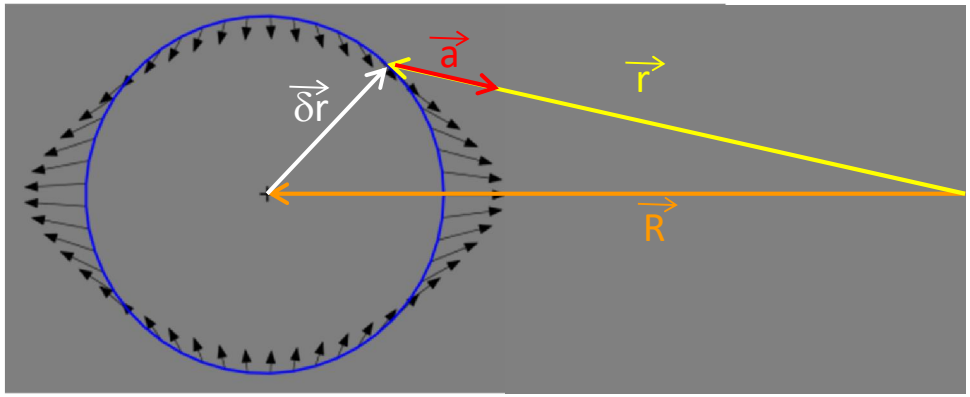
Equipotentielles dans un référentiel en corotation avec les 2 corps (ici soleil-terre)



Echange de masse dans un système d'**étoiles binaires**. La géante rouge se dilatant a rempli son lobe de **Roche**. De la matière s'échappe à travers le point L1 et spirale vers son compagnon compact.

Effets de marée

L'attraction gravifique d'un corps sur les différents points matériels d'un autre corps n'est pas constante



Les flèches noires représentent l'accélération de marée $\Delta\vec{a}$

Accélération gravifique:

$$\vec{a} = -\frac{GM\,\vec{r}}{r^3} = -\frac{GM\,\vec{R}}{R^3} + \Delta\vec{a}$$

Si $\vec{R}$ et $\vec{\delta r}$ sont alignés:

$\vec{R} = R\,\vec{e_R} \quad \vec{\delta r} = \delta r\,\vec{e_R}$

$$\Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{GM}{(R \pm \delta r)^2}\,\vec{e_R} = \left(-\frac{GM}{R^2} + \Delta a\right)\vec{e_R}$$

Développement de Taylor au 1er ordre

$$\delta r << R \quad \Rightarrow \quad \Delta a \simeq -GM\,\frac{d(1/R^2)}{dR}\,(\pm\delta r) = \boxed{\pm 2\,\frac{GM\delta r}{R^3}}$$

Effet spaghetti à l'approche d'un trou noir…

Décroissance en R^3

Effets de marée et limite de Roche

Un satellite naturel se rapproche d'une planète.
En-deçà de la limite de Roche, les forces de marée l'emportent sur son autogravité et il se désagrège.

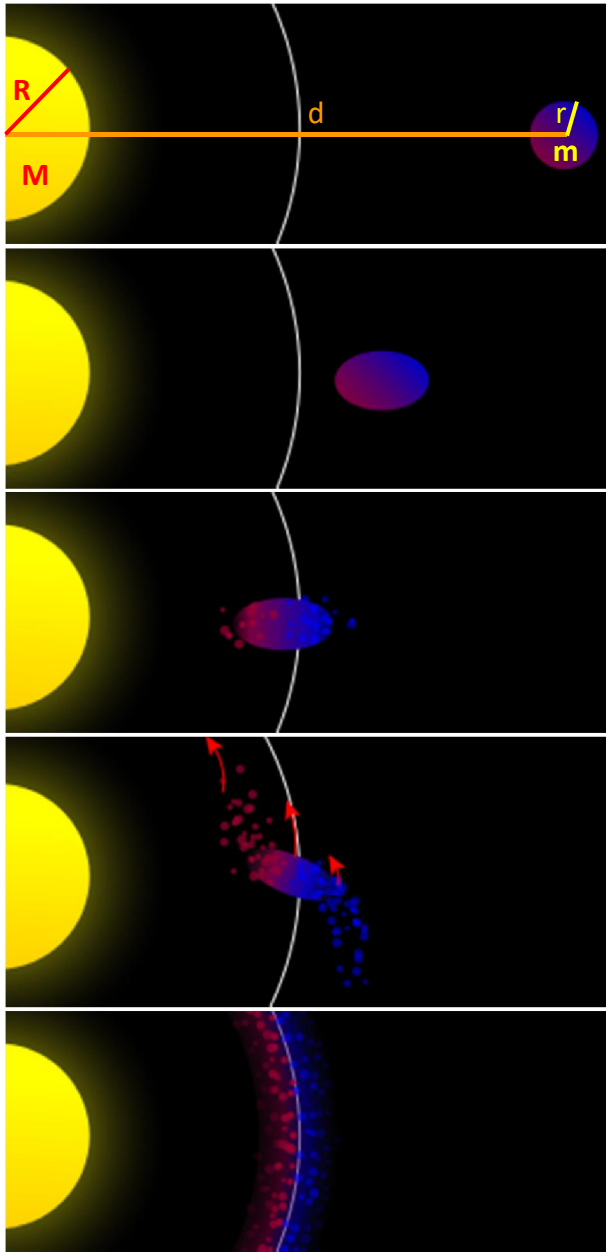
Force de marée = autogravité:

$$a_M = 2\frac{GMr}{d^3} = g = \frac{Gm}{r^2}$$

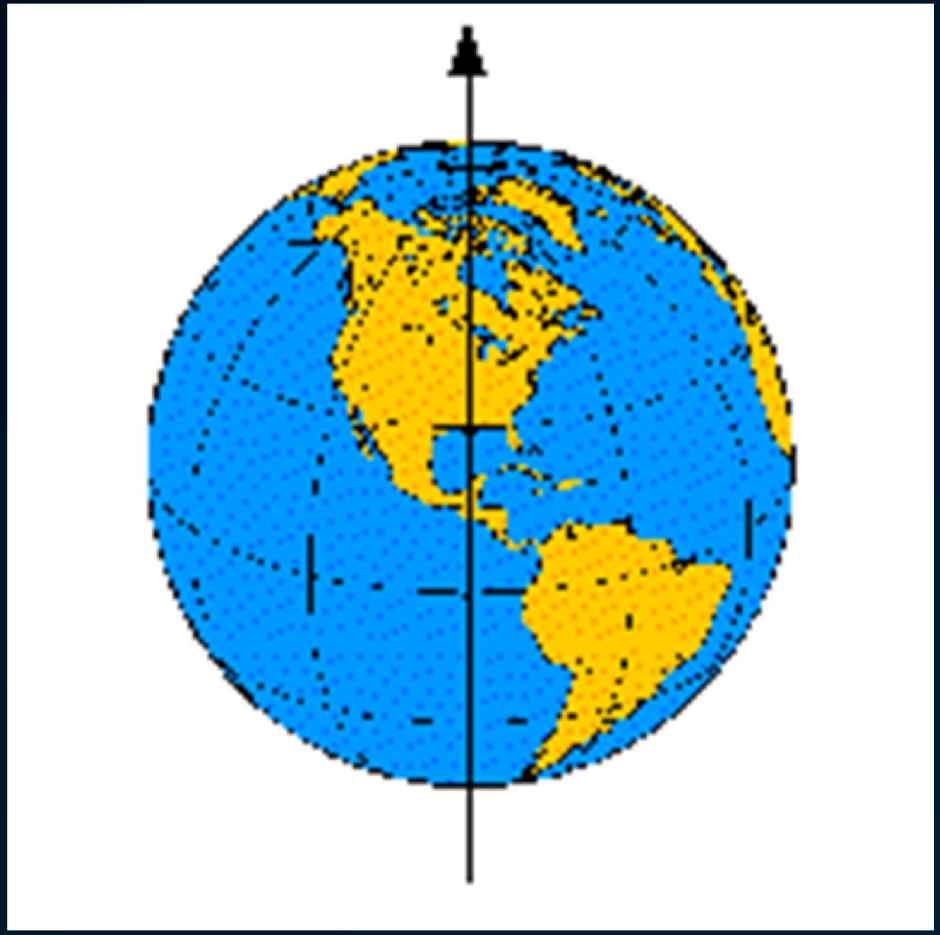
$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_M \qquad m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_m$$

$$d = r\left(2\frac{M}{m}\right)^{1/3} = r\left(2\frac{R^3\rho_M}{r^3\rho_m}\right)^{1/3} = R\left(2\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3}$$

Exemple: Phobos (satellite de Mars) et les plus proches satellites des planètes géantes sont à la limite de Roche.

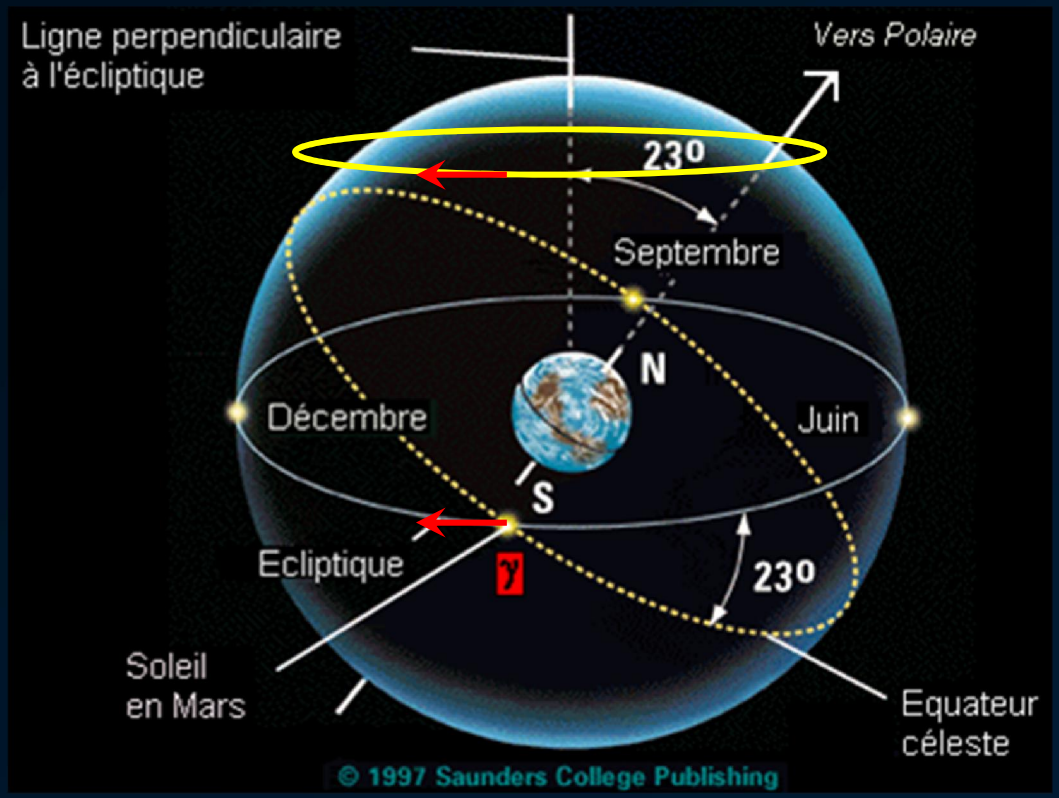


La précession des équinoxes



Période de Précession = 25 800 ans

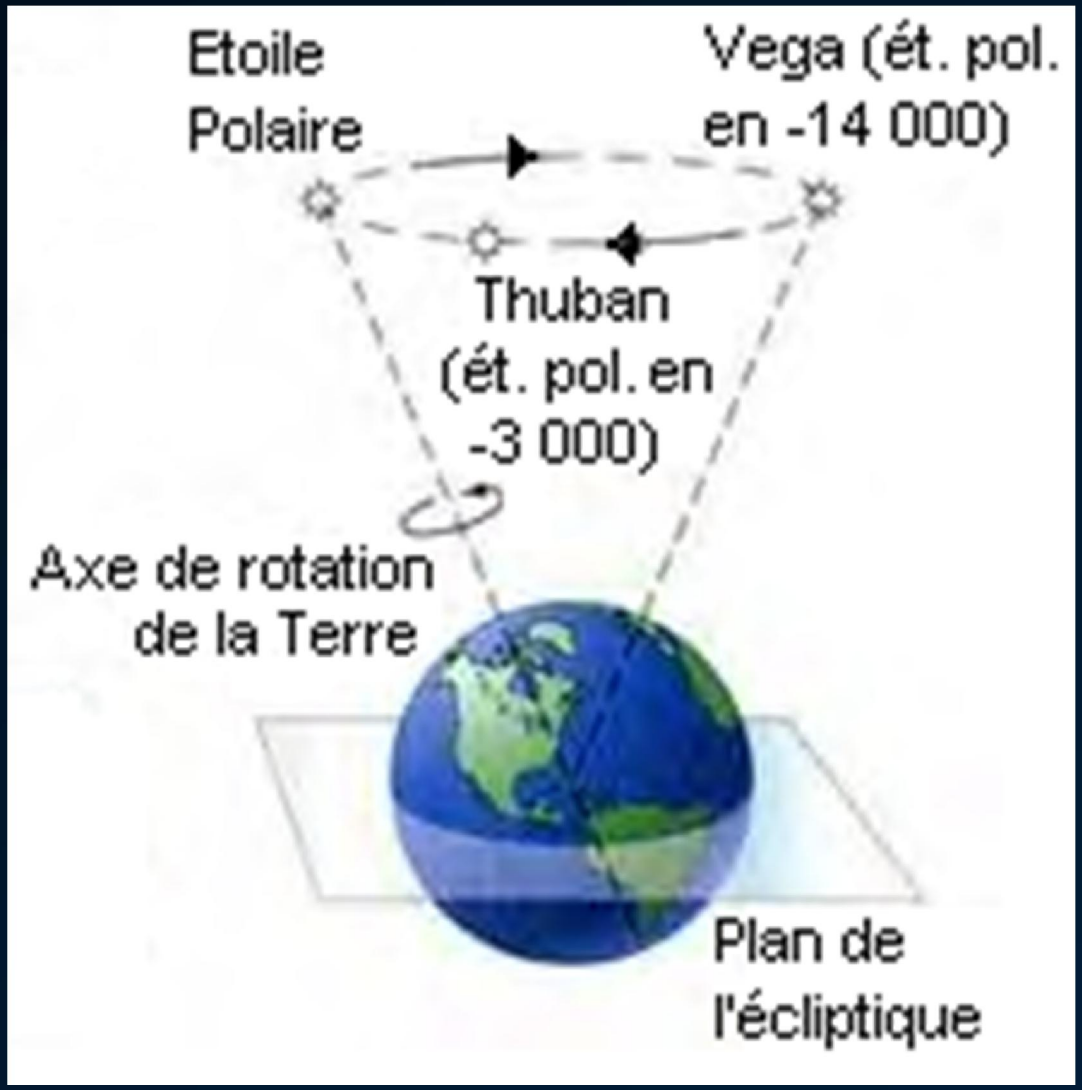
La précession des équinoxes

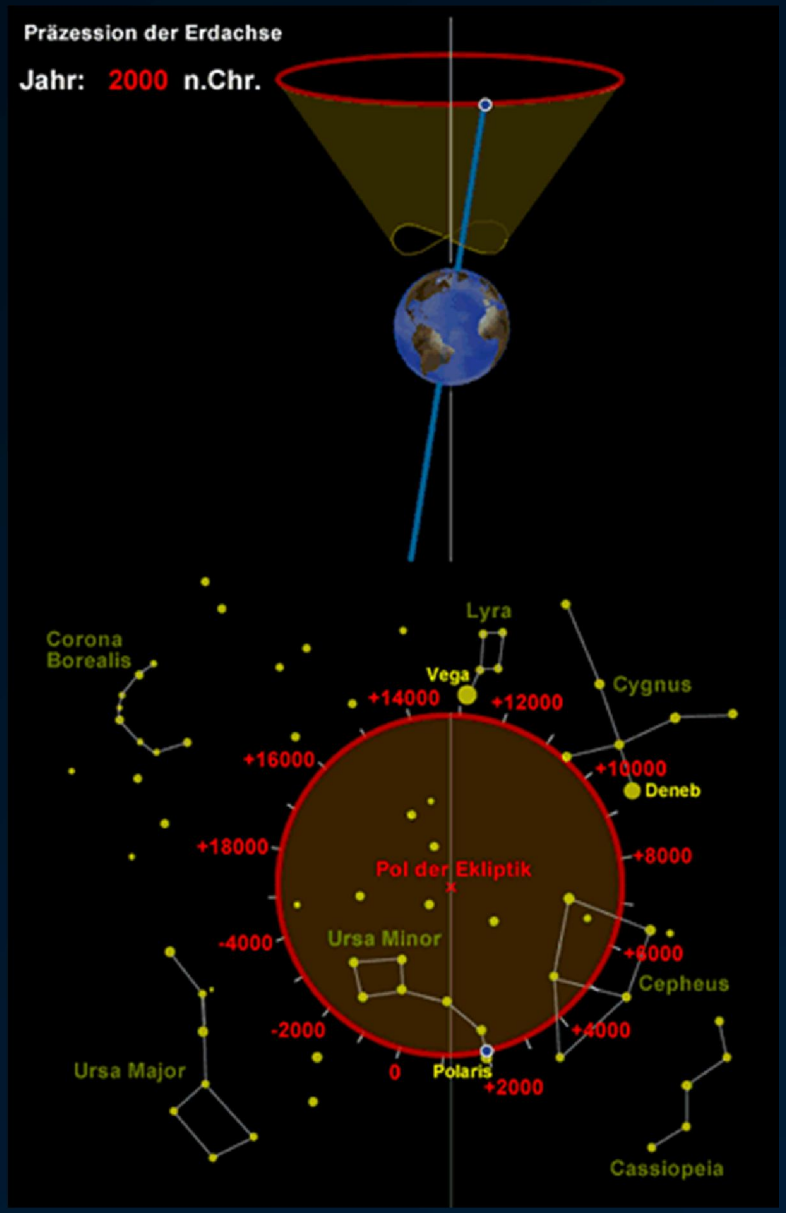


Δγ en 1 an = 50.3" (deg.) sur l'écliptique

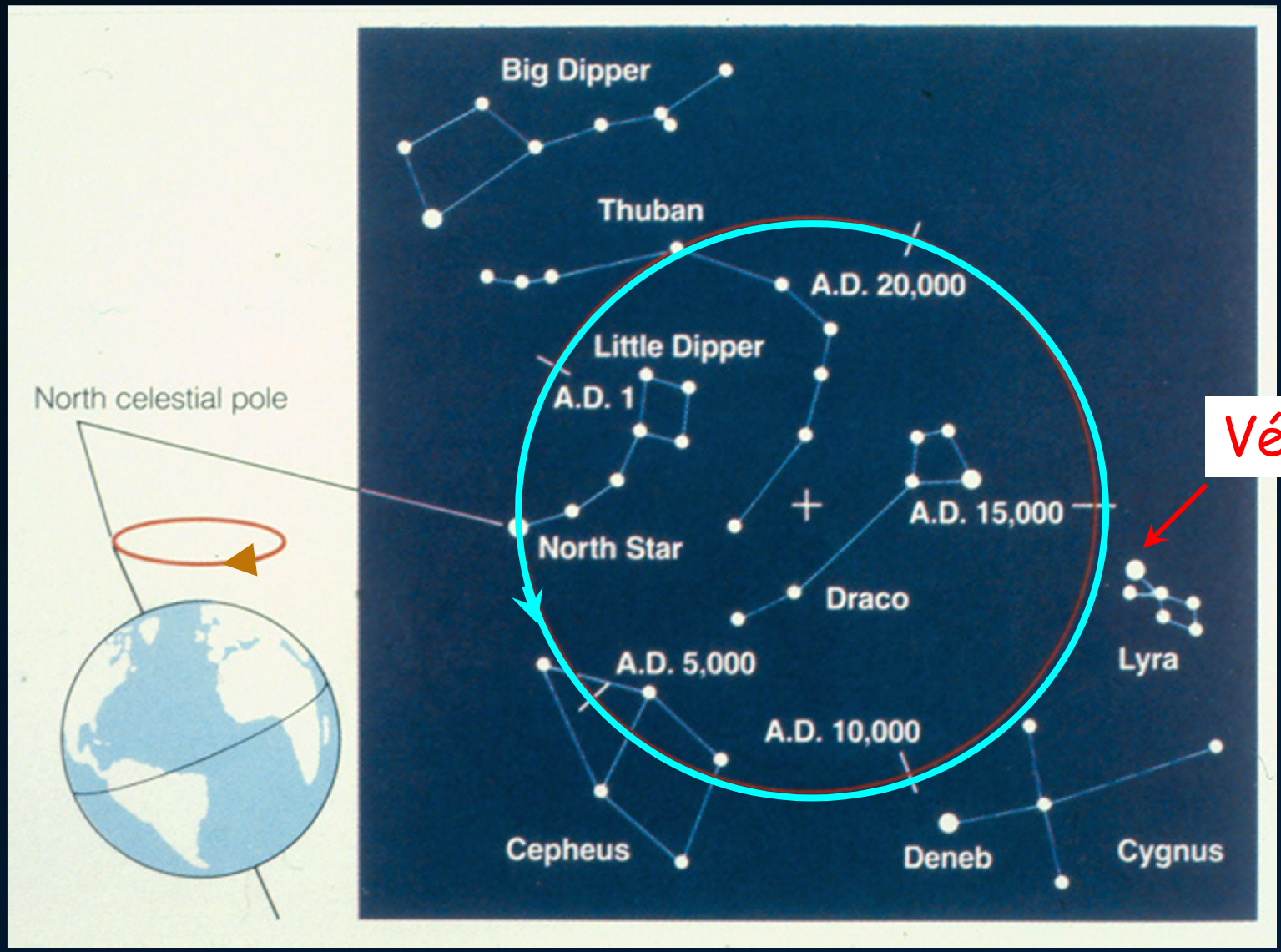
Phénomène découvert par **Hipparcos** (129 av. JC) en comparant l'ascension droite de Spica avec celle mesurée 150 ans plus tôt par Timocharis d'Alexandrie, ainsi que par des astronomes babyloniens et chaldéens.

La précession et les étoiles

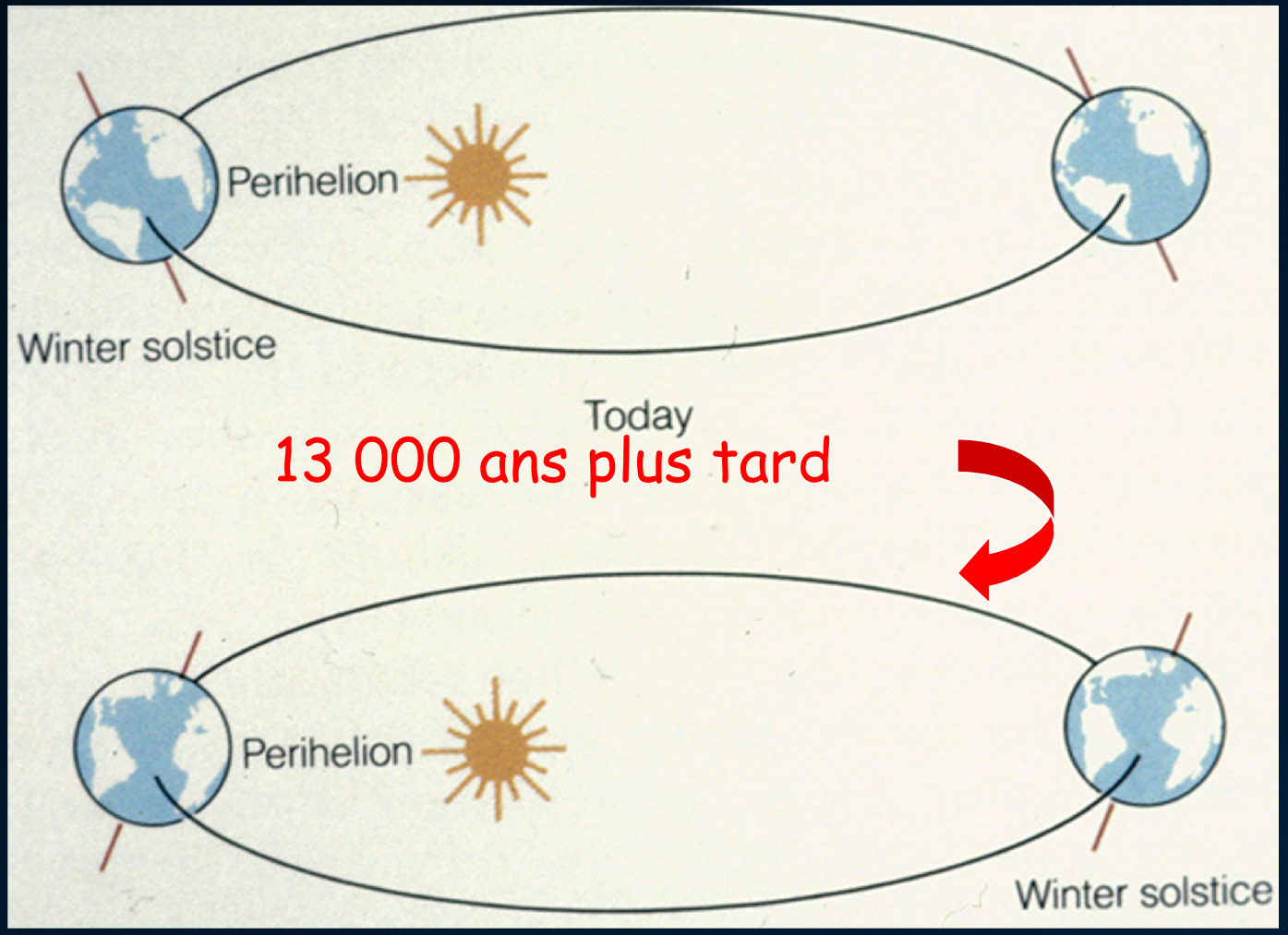



Präzession der Erdachse
Jahr: 2000 n.Chr.
Lyra
Corona Borealis
Vega
+14000
+12000
Cygnus
+16000
+10000
Deneb
+18000
+8000
Pol der Ekliptik
-4000
Ursa Minor
+6000
Cepheus
-2000
+4000
Ursa Major
0
Polaris
+2000
Cassiopeia

La précession et les étoiles



La précession et les saisons



La précession et le soleil

Année tropique = AT = intervalle de temps entre deux passages du soleil en γ

Année sidérale = AS = intervalle de temps entre deux passages du soleil en un point fixe
= période de révolution de la terre autour du soleil du point de vue d'un référentiel inertiel

AT = 365j 5h 48min 45sec
AS = 365j 6h 9min 10sec

Exercice : Justifier la différence de ~ 20 min

Explication mécanique de la précession

Enoncée par Newton dans ses ***Principia*** (1687)

Rotation de la terre sur elle-même

⬇

Du point de vue d'un référentiel attaché à la terre :

Accélération centrifuge, à l'équateur : $\Omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{P_{rot}^2} = 0.034\ m/s^2$

⬇

Attraction gravifique moindre à l'équateur : $\frac{\delta g}{g} = -\frac{0.034\ m/s^2}{9.81\ m/s^2} \simeq -0.35\,\%$

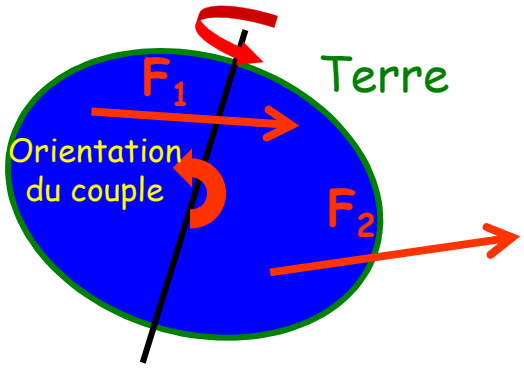
⬇

Renflement équatorial de la Terre

$R_{eq} - R_{pol} \sim 21$ km

⬇

Couple perturbateur exercé par le Soleil et la Lune



Lune

F_2 > F_1 car attraction gravifique en $1/r^2$

➡ couple perturbateur tendant à ramener l'équateur vers l'écliptique

Explication mécanique de la précession

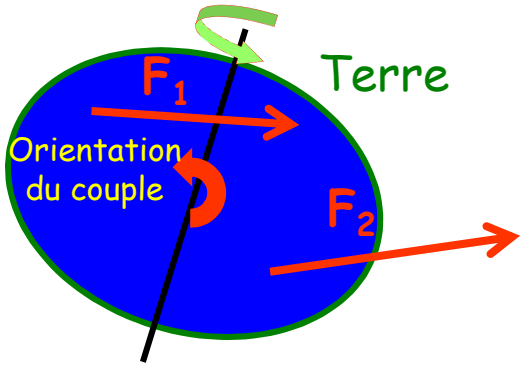
Couple moyen : $\mathcal{M} = 3/4\ (\alpha - \beta)(GM_B/d^3)M_A R^2 \sin(2i)$

Masse et rayon de la Terre : $M_A\ ,\ R$ Masse de l'astre perturbateur : M_B

Moment d'inertie de la terre % axe de rotation : $\alpha\, M_A R^2$

Moment d'inertie % axe passant par l'équateur : $\beta\, M_A R^2$

Inclinaison équateur-écliptique : ***i*** Distance terre – astre perturbateur : ***d***



Lune

Couple proportionnel à M_B/d^3

$$\frac{M_{Lune}/(d_{T-L})^3}{M_{Soleil}/(d_{T-S})^3} \approx 2.17$$

La Lune et le Soleil produisent la précession :

Précession Luni-Solaire

Explication mécanique de la précession

Couple moyen : $\mathcal{M} = 3/4\ (\alpha - \beta)(GM_B/d^3)M_A R^2 \sin(2i)$

$\vec{e_z}$ Normale à l'écliptique

$\vec{e_\gamma}$ Dir. du couple (point vernal)

$\vec{e}_{\gamma,\perp}$ Perp. aux 2 autres, $\vec{e_\gamma} \times \vec{e}_{\gamma,\perp} = \vec{e_z}$

$\vec{\omega}$: Vecteur vitesse angulaire

$\vec{\omega} = \omega_0 \vec{e_z} + \omega_\perp \vec{e_{\gamma,\perp}}$

I : Moment d'inertie

Mécanique des solides : $\boxed{I \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \mathcal{M}\, \vec{e_\gamma}}$

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \underbrace{\frac{d\omega_0}{dt}}_{0}\vec{e_z} + \underbrace{\frac{d\omega_\perp}{dt}}_{0}\vec{e_{\gamma,\perp}} + \omega_\perp \frac{d\vec{e_{\gamma,\perp}}}{dt} = \frac{\mathcal{M}}{I}\vec{e_\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\vec{e_{\gamma,\perp}}}{dt} = \omega_p\, \vec{e_\gamma} \qquad \omega_\perp\, \omega_p = \frac{\mathcal{M}}{I} \qquad |\vec{\omega}| = cste.$$

ω_p : Fréquence angulaire de précession

$\omega_\perp = \omega \sin i$

Période de précession : $P_p = \dfrac{2\pi I \omega_\perp}{\mathcal{M}} = \dfrac{4\pi^2 \alpha}{P_R}\, \dfrac{2}{3}\, \dfrac{d^3}{GM_B(\alpha - \beta)\cos i}$

P_R : Période de rotation

Explication mécanique de la précession

Couple moyen : $\mathcal{M} = 3/4\ (\alpha - \beta)(GM_B/d^3)M_A R^2 \sin(2i)$

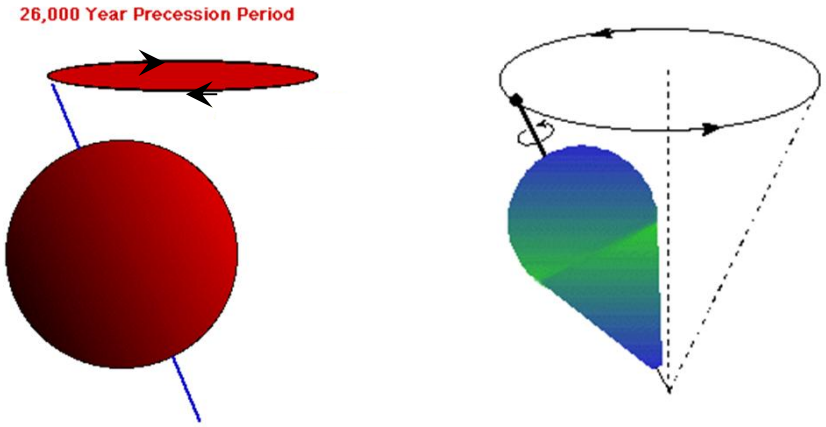
Période de précession : $P_p = \dfrac{2\pi I \omega_\perp}{\mathcal{M}} = \dfrac{4\pi^2 \alpha}{P_R}\,\dfrac{2}{3}\,\dfrac{d^3}{GM_B(\alpha-\beta)\cos i}$

Période orbitale (3ème loi de Kepler) : $P_o^2 = \dfrac{4\pi^2 d^3}{GM_B}$

(cas terre – soleil !)

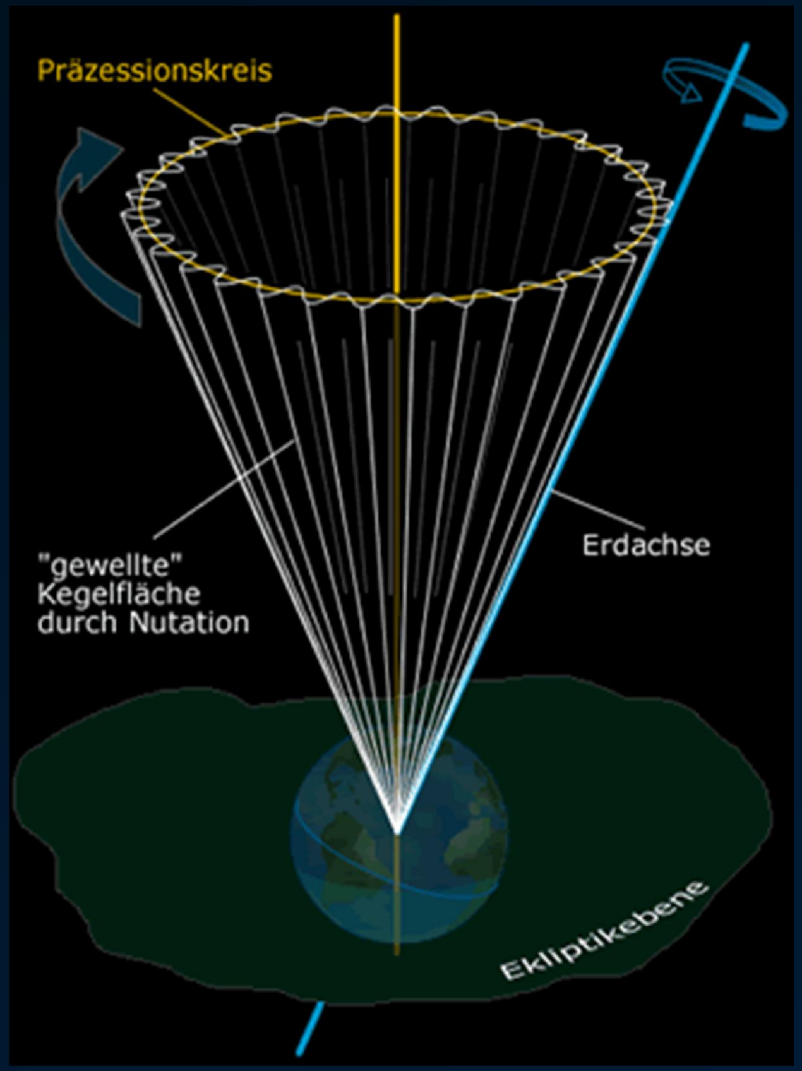
$$\Rightarrow\ P_p = \frac{P_o^2}{P_R}\,\frac{2}{3}\,\frac{\alpha}{\alpha-\beta}\,\frac{1}{\cos i} \quad \Leftrightarrow\ \frac{P_p}{P_o} = \frac{2}{3}\,\frac{\alpha}{\alpha-\beta}\,\frac{1}{\cos i}\,\frac{P_o}{P_R}$$

Analogie avec la toupie



La nutation

Parce que plan de l'orbite lunaire différent de l'écliptique



Période de Nutation = 18.6 ans

Temps et astronomie

Une longue histoire commune …

Apparition de l'**agriculture** ➡ Rythme des **saisons**

Organisation journalière

Besoin de **mesurer le temps** ➡ **Calendrier**

Lien avec l'astronomie → Mouvement diurne des astres (Soleil)

➡ **Cadrans solaires**

« Mouvement » annuel du soleil % étoiles

Exemple : calendrier sotique. Lever héliaque de Sothis (Sirius) quand débutent les crues du Nil.

➡ L'astronomie donne un moyen de mesure du temps

Temps et astronomie

Cadrans solaires ➡ Mesure de l'azimut du Soleil

Mais l'**azimut** n'est pas une fonction linéaire du temps …

L'angle horaire d'un astre est une fonction linéaire du temps

sous **l'approximation** : rotation uniforme de la terre,
précession et nutation négligées, …

➡ Le **temps sidéral** donne une bonne mesure **locale** du temps.

Rappel :

TSL = Angle horaire du point vernal

= Ascension droite des astres passant au méridien au moment de l'observation.

Temps et astronomie

Temps Sidéral Local = Angle horaire du point vernal

= Ascension droite des astres passant au méridien au moment de l'observation.

Jour sidéral = intervalle de temps entre 2 passages successifs de γ au méridien

~ Période de rotation de la terre (précession négligée)

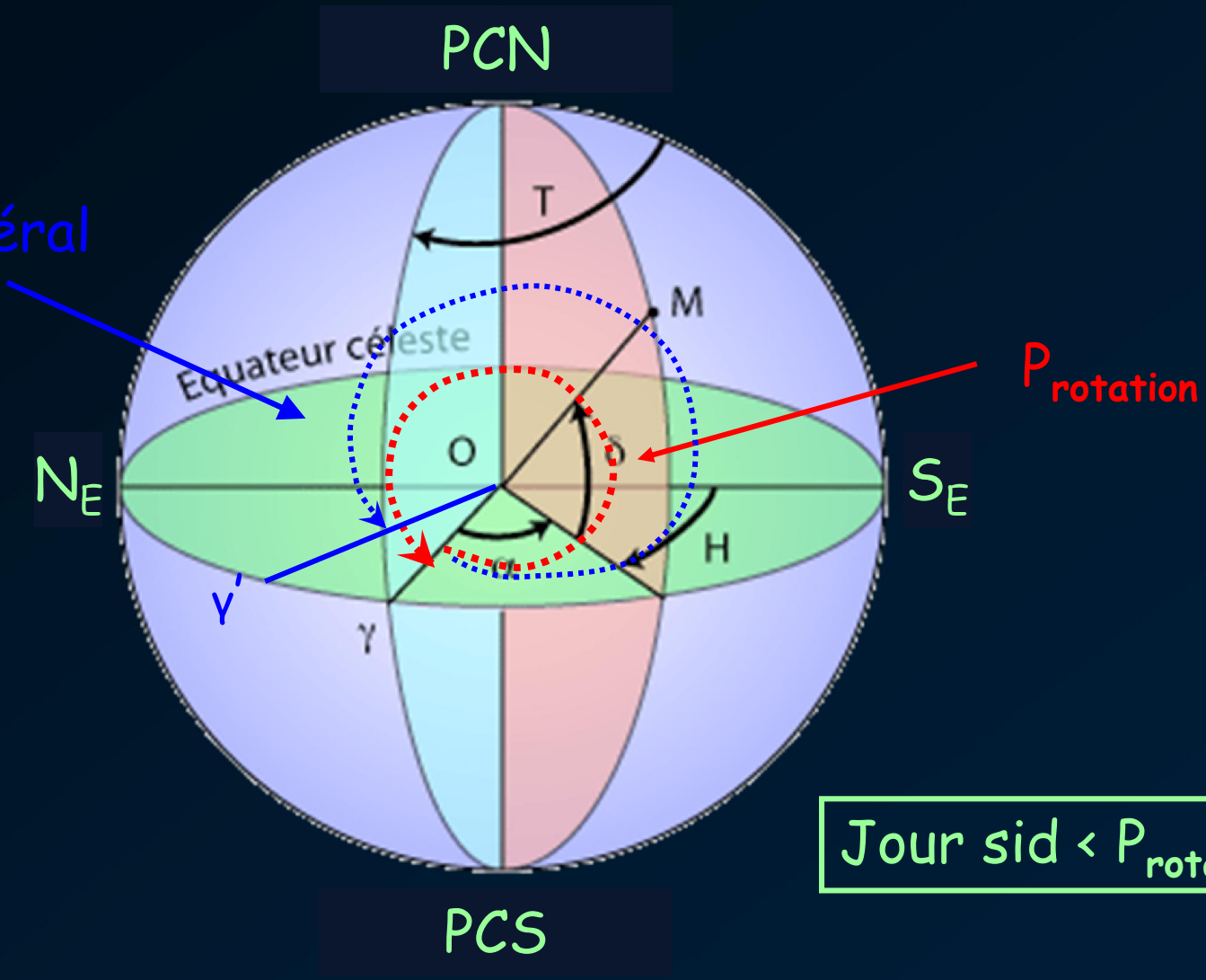
N.B. Le jour sidéral est un tout petit peu plus petit que la période de révolution de la terre suite à la précession des équinoxes.

Heure sidérale = Jour sidéral / 24

Minute sidérale = Heure sidérale / 60

Seconde sidérale = Minute sidérale / 60

Jour sidéral et période de rotation de la Terre



Jour sid < $P_{rotation}$

$\Delta t = 46\ ''/365/15 = 0.008\ s$

Temps solaire

But : mesure du temps en lien avec la position du soleil

⬇

Temps solaire = Angle horaire du soleil ?
Jour solaire = intervalle de temps entre 2 passages successifs du Soleil au méridien ?

Problème : l'ascension droite du soleil augmente de 24h en un an
(suite à la révolution de la terre autour du Soleil)

Conséquences :

$TS = H + \alpha$ ➡ Temps solaire = $H_\odot = TS - \alpha_\odot$

➡ Δt solaire = $\Delta H_\odot = \Delta TS - \Delta\alpha_\odot$

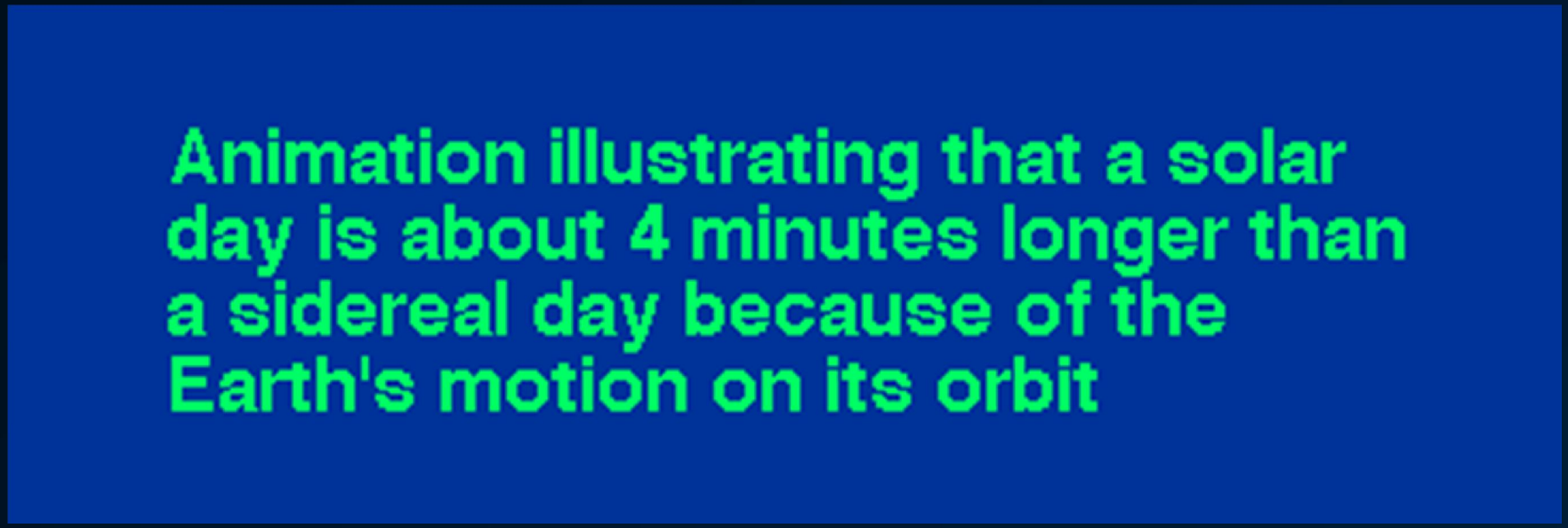
$< \Delta TS$ ($\Delta\alpha_\odot > 0$)

⬇

1 heure solaire > 1 heure sidérale

1 jour solaire = 24h solaires > 1 jour sidéral = 24 h sidérales

Jour solaire et jour sidéral



La terre se déplace de 1° par jour

Elle doit « tourner » de 1°/15=4min pour retrouver le soleil au méridien

Temps solaire

Problème : l'ascension droite du soleil augmente de 24h en un an

(suite à la révolution de la terre autour du Soleil)

Conséquences :

$TS = H + \alpha$ ➡ Temps solaire = $H_\odot(t) = TS(t) - \alpha_\odot(t)$

En bonne approximation, ***TS*** est une fonction linéaire de ***t***,

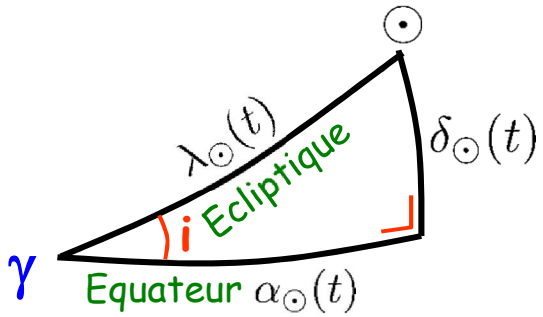
Mais $\alpha_\odot(t)$ **et donc** $H_\odot(t)$ **n'est pas une fonction linéaire du temps.**

En effet,

1) Trajectoire elliptique et non circulaire uniforme de la terre autour du soleil

2) Même en supposant une trajectoire uniforme sur l'écliptique, $\alpha_\odot(t)$ n'est pas linéaire.

$$\cos\lambda = \cos\alpha\cos\delta$$
$$\cos\delta = \cos\alpha\cos\lambda + \sin\alpha\sin\lambda\cos i$$
$$\tan\alpha_\odot(t) = \tan\lambda_\odot(t)\cos i$$



➡ Même si $\lambda_\odot(t)$ est linéaire, $\alpha_\odot(t)$ ne l'est pas.

Temps solaire moyen

$\alpha_\odot(t)$ et donc le temps solaire $H_\odot(t)$ n'est pas une fonction linéaire du temps.

La durée du jour solaire n'est pas constante.

Pour avoir un temps linéaire en lien avec la position du soleil, on remplace le soleil par un **« soleil moyen »** qui se déplace à vitesse uniforme sur l'équateur.

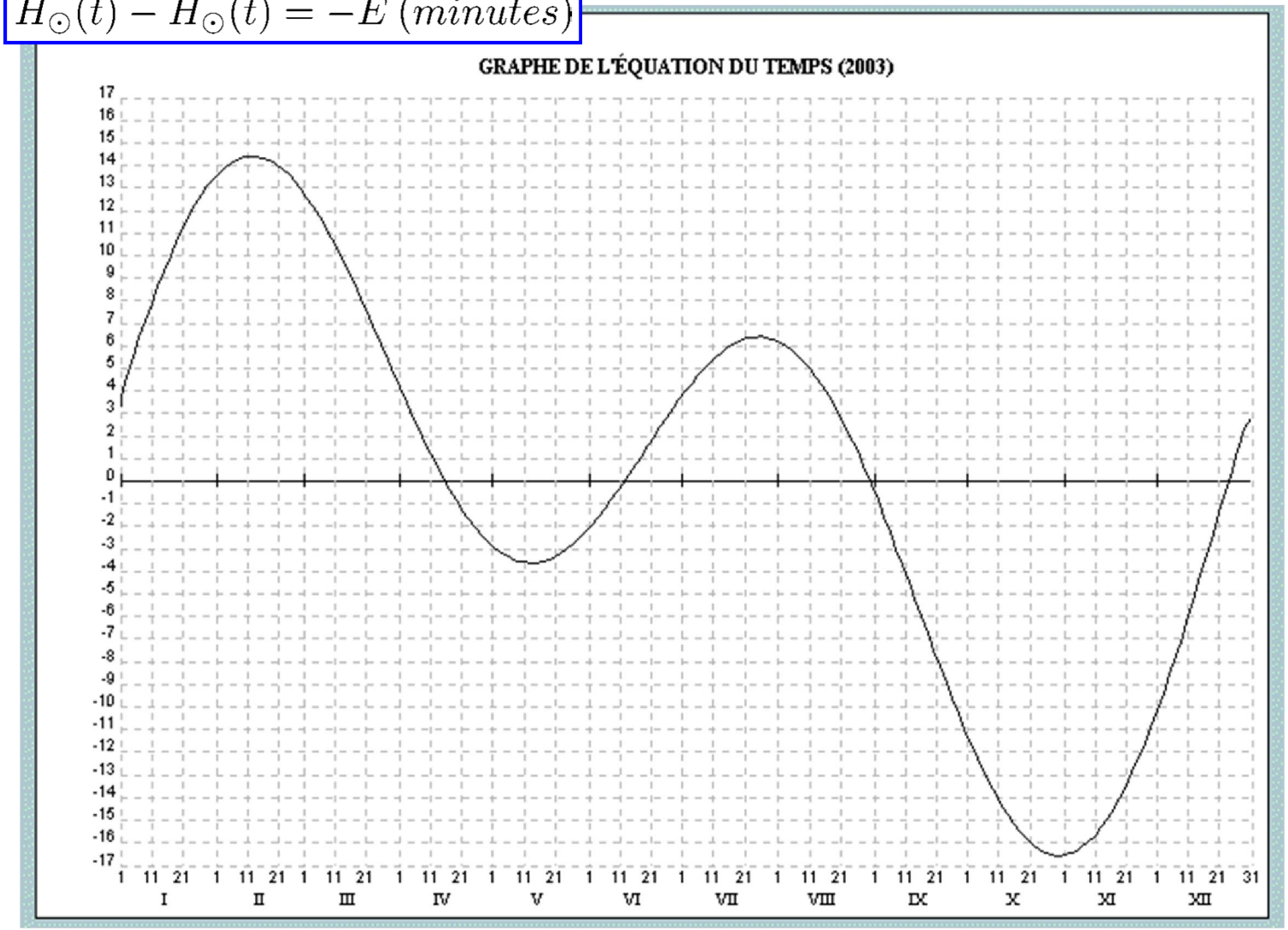
Temps solaire moyen = angle horaire du soleil moyen = $\overline{H_\odot(t)}$

Jour solaire moyen = intervalle de temps entre 2 passages successifs du Soleil moyen au méridien = constante
= 24 heures solaires moyennes

$\overline{H_\odot(t)} - H_\odot(t) = -E$ = équation du temps

Equation du temps

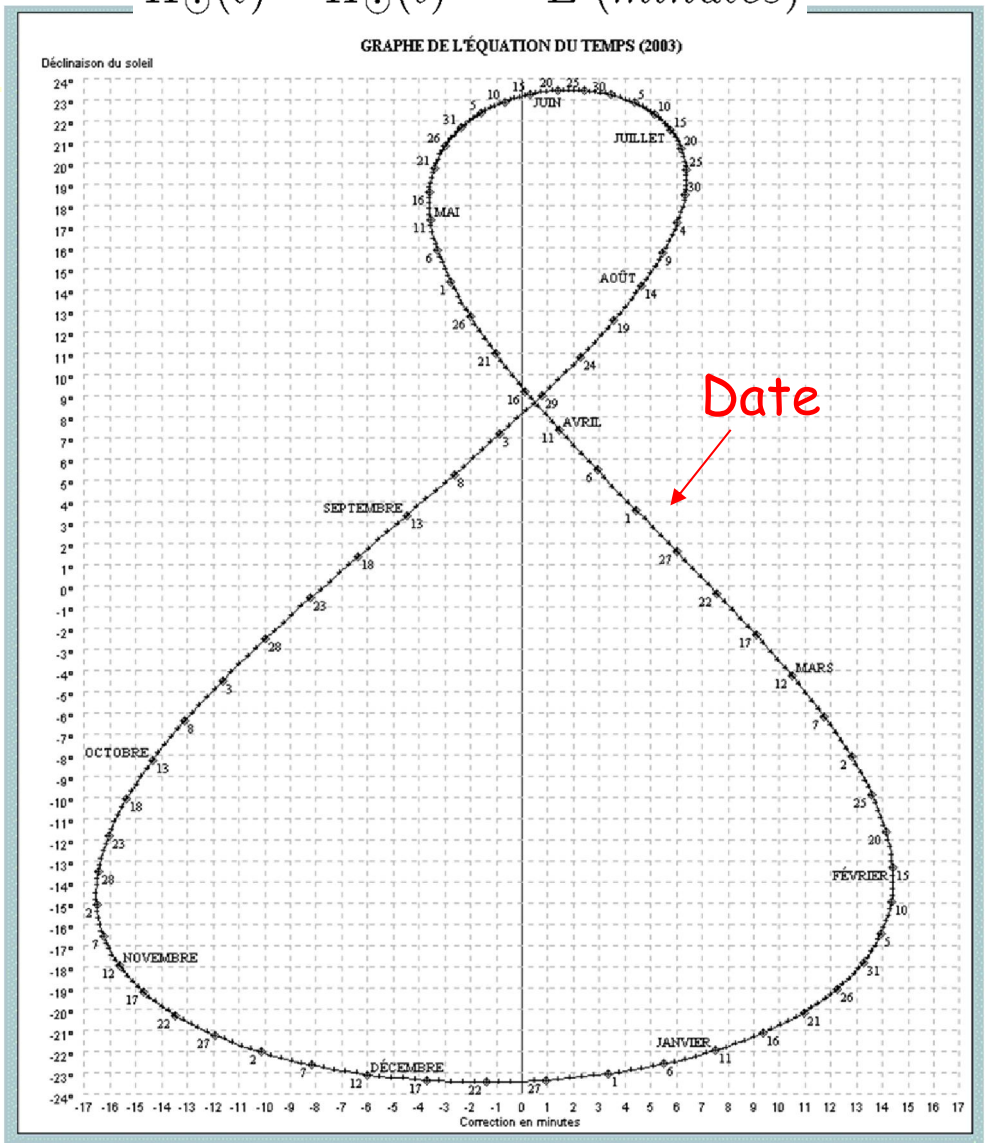
$$\overline{H_\odot(t)} - H_\odot(t) = -E\ (minutes)$$



Janvier Février Mars Avril Mai Juin Juillet Août Septembre Octobre Novembre Décembre

Analemme

$$\overline{H_{\odot}(t)} - H_{\odot}(t) = -E\ (minutes)$$



Déclinaison du soleil

- E en minutes

Analemme

Superposition des images du Soleil prises tous les 10 jours à la même heure (solaire moyenne)

Temps civil et temps universel

Temps civil local = Temps solaire moyen + 12h = $\overline{H_\odot(t)} + 12h$

➡ Le soleil passe au méridien vers 12h (à l'équation du temps –E près)

mais dépend de la longitude ➡ **local**

Temps civil à Greenwich (GMT, TCG) = Temps universel (jusqu'en 1972)

= Temps solaire moyen + 12h au **méridien de Greenwich**

➡ Le même pour tous !

Problème : la vitesse de rotation de la terre n'est pas exactement constante.

Ralentissement dû aux effets de marée, plus variations imprévisibles

➡ Ce n'est pas une mesure stable du temps

Temps Atomique international (TAI) :

Echelle de temps basée sur la définition de la seconde élaborée à l'aide **d'horloges atomiques**

Temps Atomique International (TAI)

La seconde est la durée de 9.192.631.770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de Césium 133

Précision d'une horloge atomique : 1×10^{-10} s / an

Temps atomique international

Moyenne pondérée de plus de 340 horloges atomiques dans une cinquantaine de laboratoires

Stabilité et exactitude du TAI : 2×10^{-12} s /an

Mais le TAI est déconnecté de la rotation de la terre ...

TUC - TO

Temps universel coordonné = TAI ajusté sur TU

1 s TAI < 1 s TU

⇒

On ajoute au TAI des secondes « intercalaires »

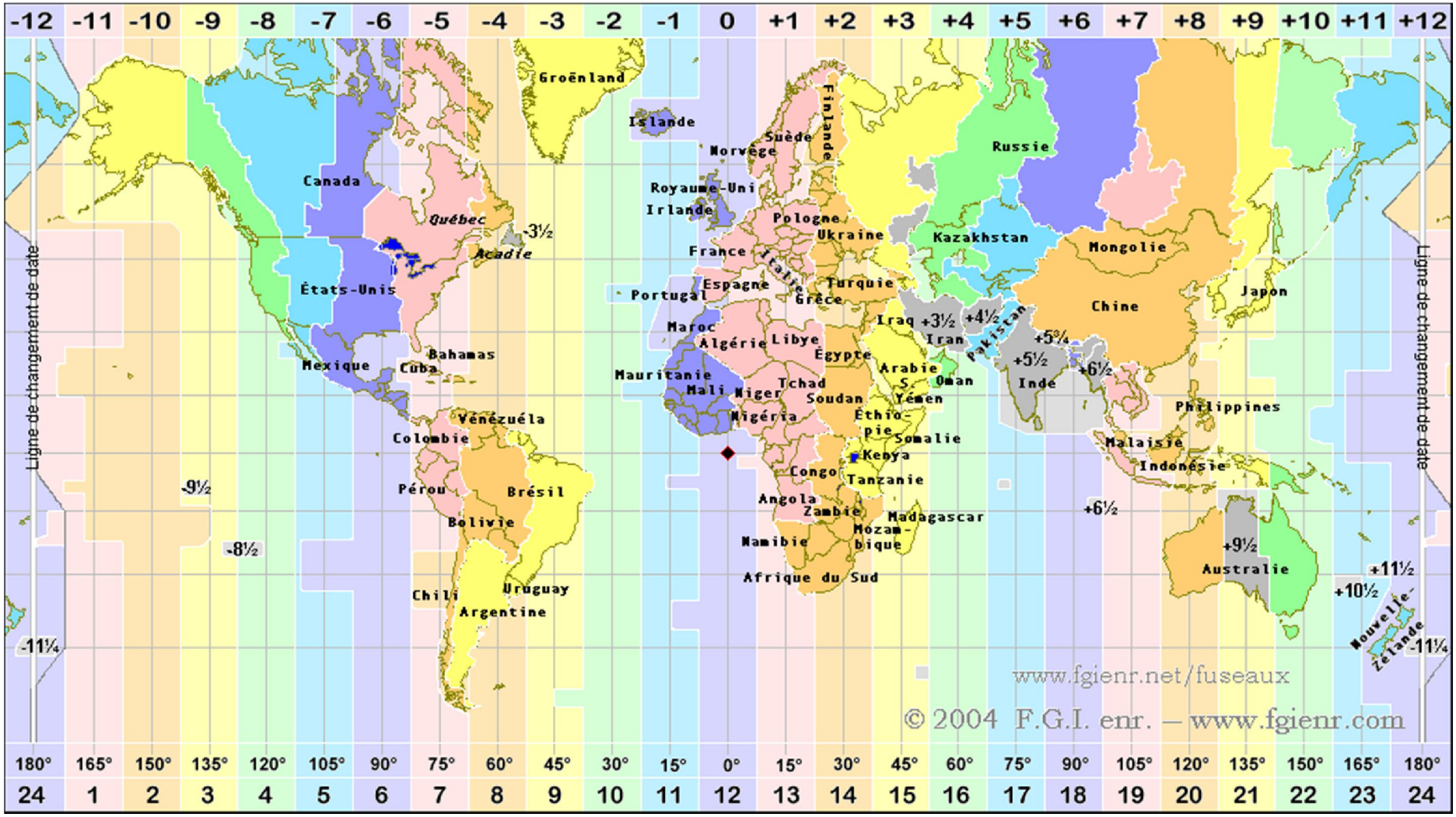
⇒

TAI - TUC < 0.9 s

Temps officiel

TO = TUC + Fuseau horaire + heure d'été

Fuseaux horaires



Les phases du crépuscule

* le crépuscule civil → $-50' > h_{\odot} > -6°$
* le crépuscule nautique → $-6° > h_{\odot} > -12°$
* le crépuscule astronomique → $-12° > h_{\odot} > -18°$

Code de la route →

Obligation d'allumer les feux de croisement dès le début du crépuscule civil

http://societeastronomiquedeliege.be/ephemerides/soleil.htm

Temps astronomiques : résumé

Temps sidéral local = TSL = angle horaire du point vernal = H_γ

Temps sidéral à Greenwich = TSG = H_γ à Greenwich

TSL = TSG + L

Temps civil local = TCL = Temps solaire moyen + 12h = $\overline{H_\odot(t)} + 12h$

Temps civil à Greenwich = TCG = Temps solaire moyen à Greenwich

TCL = TCG + L

Temps officiel = TCG + fuseau horaire

Temps solaire versus temps sidéral

$TS = H + \alpha$ ➡ Temps solaire = $H_\odot = TS - \alpha_\odot$

➡ Δt solaire = $\Delta H_\odot = \Delta TS - \Delta\alpha_\odot < \Delta TS$

1 jour solaire = 24h solaires > 1 jour sidéral = 24 h sidérales

Questions :

Sachant qu'il y a 365.2422 jours solaires en 1 an,

1. Combien y a-t-il de jours sidéraux en 1 an ?
2. Quelle est la durée en heures sidérales d'un jour solaire ?
3. Quelle est la durée en heures solaires d'un jour sidéral ?

Réponses :

En 1 an : Nombre d'heures solaires = $\Delta H_\odot = 365.2422 \times 24\,h$

$\Delta\alpha_\odot = 24\,h$

$\Delta H_\odot = \Delta TS - \Delta\alpha_\odot$ ➡ $\Delta TS = \Delta H_\odot + \Delta\alpha_\odot = (365.2422 + 1) \times 24$ heures sidérales

$= 366.2422$ jours sidéraux

Temps solaire versus temps sidéral

Questions :

Sachant qu'il y a 365.2422 jours solaires en 1 an,

1. Combien y a-t-il de jours sidéraux en 1 an ? **366.2422**
2. **Quelle est la durée en heures sidérales d'un jour solaire ?**

1 an = 365.2422 jours solaires = (365.2422+1) jours sidéraux
= (365.2422+1) x 24 heures sidérales

1 jour solaire = (365.2422+1) x 24 / 365.2422 heures sidérales
= (366.2422/365.2422) x 24 = 24h 3 min. 56.55 sec. sidérales

3. **Quelle est la durée en heures solaires d'un jour sidéral ?**

1 an = 365.2422 x 24 heures solaires = 366.2422 jours sidéraux

1 jour sidéral = (365.2422/366.2422) x 24 = 23h 56 min. 4.09 sec. solaires

Facteur de conversion : $C = 366.2422/365.2422$

Conversion temps sidéral local – temps civil local

Si on connaissait l'ascension droite du soleil moyen au moment de l'observation, le problème serait trivial car on a :

$$TCL = \overline{H_\odot} + 12h = TSL - \overline{\alpha_\odot} + 12h$$

Mais la donnée qu'on trouve par exemple dans les éphémérides astronomiques est plutôt : θ = **temps sidéral à minuit à Greenwich**

Le 7 janvier 1950, le temps sidéral à minuit à Greenwich est θ = 7h3m57.31s. Nous sommes en un lieu de longitude Est L = 22m 15.50s et le temps sidéral local est TSL = 3h47m23.92s. Quel est le temps civil local, TCL, correspondant ?

TSL $\longrightarrow$ TSG

$$TSG = TSL - L = 3h47m23.92s - 22m15.50s = 3h25m08.42s$$

Exploitation de θ

Temps sidéral écoulé depuis qu'il est minuit à Greenwich :

$$TSG - \theta = 20h21m11.11s$$

$$\Delta t_{sol} = \Delta t_{sid}/C$$

Conversion temps sidéral local – temps civil local

Le 7 janvier 1950, le temps sidéral à minuit à Greenwich est θ = 7h3m57.31s. Nous sommes en un lieu de longitude Est L = 22m 15.50s et le temps sidéral local est TSL = 3h47m23.92s. Quel est le temps civil local, TCL, correspondant ?

TSL ⟶ TSG

$$TSG = TSL - L = 3h47m23.92s - 22m15.50s = 3h25m08.42s$$

Exploitation de θ :

Temps sidéral écoulé depuis qu'il est minuit à Greenwich :

$$TSG - \theta = 20h21m11.11s$$

Temps solaire écoulé depuis qu'il est minuit à Greenwich = TU (GMT)

$$\Delta t_{sol} = \Delta t_{sid}/C \quad \Rightarrow \quad TU(GMT) = (TSG - \theta)/C = 20h17m51.05s$$

Temps civil local :

$$TCL = TU + L = 20h40m06.55s$$

Formule de conversion : $\boxed{TCL = (TSL - L - \theta)/C + L}$

Conversion temps sidéral local – temps civil local

TCL ⟶ TSL

TCL ⟶ TU (GMT)

$$TU(GMT) = TCL - L$$

Temps sidéral écoulé depuis qu'il est minuit à Greenwich : $TU \times C$

Temps sidéral à Greenwich au moment de la mesure :

$$TSG = TU \times C + \theta$$

Temps sidéral local : $TSL = TSG + L$

Formule de conversion : $\boxed{TSL = (TCL - L) \times C + \theta + L}$