1 Exercices Astronomie (1ère séance)

1.1 Enoncés

1. Je mesure la distance zénithale de l'étoile polaire. En déduire la latitude du lieu où je me trouve pour les cas : z = 42° , z = 0° , z = 90°. Même question si je ne vois pas l'étoile polaire et mesure une distance zénithale du pôle sud z = 80°.
2. J'observe l'étoile circumpolaire Dubhe (Grande Ourse) depuis 2 lieux d'observations différents. Depuis le 1er lieu, quand elle est au plus bas (resp. plus haut) dans le ciel, sa hauteur est h2 = 21°45' (resp. h1 =78°15'). Depuis le 2ème lieu, quand elle est au plus bas (resp. plus haut) dans le ciel, sa hauteur est h2 = 41°45' (resp. h1 = 81°45'). Déterminer la déclinaison de Dubhe ainsi que les latitudes des 2 lieux d'observation.
3. Quel est l'intervalle de temps sidéral entre le passage de l'étoile Aldebaran (alpha = 4h36', delta = 16°31') et Vega (coordonnées équatoriales alpha = 18h37', delta = +38°47') au méridien ?
4. Je veux observer depuis l'équateur le lever de l'étoile Sirius (alpha=6h45', delta = -16°43'). Nous sommes le jour du solstice d'hiver. Dans quelle direction azimutale dois-je regarder ? Quel est l'angle horaire à son lever ? Combien de temps après le passage du soleil au méridien s'effectuera-t-il (négliger la différence entre jour sidéral et jour solaire) ?
5. Je pars en voyage en bateau depuis Ostende (longitude L = 2°55' E). J'emporte avec moi une horloge me donnant le temps sidéral à Ostende. Après un long voyage j'arrive en un lieu inconnu. Je note que, quand mon horloge "sidérale" indique 9h32 minutes, l'étoile Aldebaran se trouve exactement au zenith. Déterminer la latitude et la longitude du lieu où je me trouve.
6. J'observe un astre depuis un lieu de latitude phi donnée, dans la direction azimutale A. Les différents cas de figures suivants peuvent se présenter :
   (a) phi>0
      i. 270°<A<360° à son lever
      ii. 180°<A<270° à son lever
      iii. L'astre est toujours visible (circumpolaire)
      iv. L'astre n'est jamais visible
   (b) phi<0, mêmes sous-cas.

   Pour chacun de ces cas, déterminer les valeurs (intervalles) possibles pour la déclinaison de l'astre.

1.2 Solutions

1)

$\phi = 90^\circ - z_{pol}$
$z = 42^\circ \rightarrow \phi = 48^\circ$
$z = 0^\circ \rightarrow \phi = 90^\circ$
$z = 80^\circ$ (sud) $\rightarrow \phi = -10^\circ$

2)

2 cas peuvent se présenter : l'astre passe au sud ou au nord du méridien quand il est au plus haut dans le ciel.

- Cas 1) Au Nord du méridien
  $\phi = (h_1 + h_2)/2$, $\delta = 90^\circ - (h_1 - h_2)/2$
- Cas 2) Au Sud du méridien
  $\phi = 90^\circ - (h_1 - h_2)/2$, $\delta = (h_1 + h_2)/2$

On trouve donc :
- Obs 1, cas 1 : $\phi = 50^\circ$, $\delta = 61^\circ 45'$,
- Obs 1, cas 2 : $\phi = 61^\circ 45'$, $\delta = 70^\circ$,
- Obs 2, cas 1 : $\phi = 61^\circ 45'$, $\delta = 50^\circ$,
- Obs 2, cas 2 : $\phi = 70^\circ$, $\delta = 61^\circ 45'$.

Comme la déclinaison de Dubhe est une constante, c'est le cas 1 pour l'observation 1 et le cas 2 pour l'observation 2 qu'il faut retenir :
$\delta = 61^\circ 45'$, $\phi_1 = 50^\circ$, $\phi_2 = 70^\circ$

3)

En 24h sidérales, la terre effectue un tour sur elle-même. Pendant un intervalle de temps sidéral ΔTS, l'angle horaire d'un astre augmente de ΔTS. On a aussi en un temps fixé pour 2 astres différents A et B : $\alpha_B - \alpha_A = H_A - H_B$=temps nécessaire pour que l'astre B passe de l'angle horaire H_B à l'angle horaire H_A. On trouve donc : $TS_B - TS_A = \alpha_B - \alpha_A = 18h37' - 4h36' = 14h01'$.

4)

a) A l'équateur on voit facilement que l'azimut au lever (A_L) et la déclinaison son tels que : $A_L + \delta = 270^\circ$. On trouve donc $A_L = 286^\circ 43'$.

b) A l'équateur, les astres parcourent un demi cercle du lever au coucher, et on trouve immédiatement $H_L = 18h$.

c) On fait un graphique de la sphère céleste vue du haut (plan de la feuille = équateur). Comptons ici les angles en heures dans le sens des aiguilles d'une montre. Au temps t_1, le soleil se trouve au méridien situé à +6h par rapport au point vernal (γ) car c'est le solstice d'hiver. Sirius fait un angle $-\alpha_S$ par rapport à γ. Plaçons nous dans un repère où la sphère céleste tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et le méridien du lieu reste fixe. Pendant un un intervalle de temps α_S, Sirius se déplace jusqu'au point où se trouvait γ en t_1. C'est le point de lever des astres (-6h par rapport au méridien). Le lever de Sirius a donc lieu $\alpha_S = 6h45m$ après le passage du soleil au méridien.

5)

a) Latitude du lieu
Quand Aldebaran passe par le zenith, $\phi = \delta = 16^\circ 31'$.

b) Longitude du lieu
Regardons la terre vue de dessus (plan de la feuille=équateur). Soient TS1 le temps sidéral à Ostende au moment de l'observation, TS2 le temps sidéral local au moment de l'observation, L1 la longitude d'Ostende (2°55') et L2 la longitude du lieu inconnu. On voit facilement en faisant un graphe de la terre vue de dessus (plan de la feuille=équateur) que $TS2-TS1 = L2-L1$, donc $L2 = TS2-TS1+L1$. TS1 est donné : 9h32m. TS2 est l'ascension droite des astres passant par le méridien du lieu, on a donc TS2=4h36m. En faisant les bonnes conversions degrés-heures, on trouve donc $L2 = -74^\circ$. On est sur une île des caraïbes ...

6)

On fait un graphe de la sphère céleste où on reporte le plan de l'horizon, de l'équateur et les trajectoires des astres (parallèles % à l'équateurs) dans les différents cas de figure. L'angle entre les plans de l'horizon et de l'équateur vaut : $90^\circ - |\phi|$. On trouve :

1. Hémisphère Nord
   (a) $270^\circ < A < 360^\circ \rightarrow \phi - 90^\circ < \delta < 0^\circ$,
   (b) $180^\circ < A < 270^\circ \rightarrow 0^\circ < \delta < 0^\circ < 90^\circ - \phi$,
   (c) astre toujours visible $\rightarrow \delta > 90^\circ - \phi$,
   (d) astre jamais visible $\rightarrow \delta < \phi - 90^\circ$.

2. Hémisphère Sud
   (a) $270^\circ < A < 360^\circ \rightarrow -\phi - 90^\circ < \delta < 0^\circ$,
   (b) $180^\circ < A < 270^\circ \rightarrow 0^\circ < \delta < 0^\circ < 90^\circ + \phi$,
   (c) astre toujours visible $\rightarrow \delta < -90^\circ - \phi$,
   (d) astre jamais visible $\rightarrow \delta > \phi + 90^\circ$.

2 Exercices Astronomie (2ème séance, trigonométrie sphérique)

2.1 Enoncés

1. Je suis en un lieu de latitude 50° N et nous sommes le jour du solstice d'été. 10H10m23s sidérales après le passage du soleil au méridien, je découvre une comète dans la direction A = $330^\circ 15'$, z = $40^\circ 30'$. Calculer sa déclinaison, son angle horaire et son ascension droite.
2. Je suis en un lieu de latitude 32° N, le jour de l'équinoxe d'automne et je veux observer l'étoile Vega (coordonnées équatoriales alpha = 18h37', delta = $+38^\circ 47'$) 9h50' sidérales après le passage du soleil au méridien. Quels sont l'azimut, l'angle horaire et la hauteur de cette étoile dans le ciel ? Combien de temps (sidéral) reste-t-il avant qu'elle se couche, le soleil sera-t-il déjà levé ?
3. Je suis en un lieu de latitude 62°. En cette date de l'année, la déclinaison du soleil est de -8°. Quelle sont la hauteur maximale du soleil dans le ciel, sa direction azimutale lors de son lever et la durée du jour ? Sachant que la durée du jour diminue, quelle saison sommes nous ?
4. Je suis perdu dans un lieu inconnu et ne peux que déterminer la durée sidérale du jour : 14h28' et la hauteur maximale du soleil dans le ciel : h = 55°. Lors de son passage au méridien, le soleil se trouve dans la direction sud. Déterminer la latitude du lieu et la déclinaison du soleil. Quelle est la saison sachant que la durée du jour augmente. Même question, mais cette fois-ci la durée sidérale du jour est de 12h et la hauteur maximale du soleil est : h = 75°. S'il y a plusieurs solutions, les donner toutes.
5. Déterminer la durée du jour et la quantité totale d'énergie solaire reçue sur terre par 24h et par m^2 en moyenne sur la globalité de la terre et localement aux moments et lieux suivants (la constante solaire est C = 1365 W/m^2) :
   - Solstice d'été et d'hiver, équinoxes
   - Latitudes : phi = 0°, $+23^\circ 27'$, $+51^\circ$, $+75^\circ$, -51°

2.2 Solutions

1)

Données du problème : ϕ, A, z, ΔTS.

a) Détermination de δ et H

Pour la déclinaison, on utilise l'équation $\sin\delta = \sin\phi\cos z - \cos\phi\sin z\cos A$.
On en déduit : $\delta = 12^\circ 42' 47''$.

Pour l'angle horaire, on utilise l'équation : $\cot H \sin A = \cot z \cos\phi + \sin\phi\cos A$. On en déduit : H = -1h17m9.84s.

b) Détermination de l'ascension droite.

On fait un graphique de la sphère céleste vue du haut (plan de la feuille = équateur). Comptons ici les angles en heures dans le sens des aiguilles d'une montre. On commence par y placer le méridien au moment de l'observation. Par rapport à celui-ci, le soleil fait un angle ΔTS = 10h10m23s. D'autre part, l'angle de la comète par rapport au méridien est H=-1h17m9.84s. Enfin, le point γ fait un angle de $+6h$ par rapport au soleil car nous somme le solstice d'été. L'ascension droite, cad l'angle entre la comète et γ est donc : α=6h+ΔTS - H=17h27m33s.

2)

Données du problème : ϕ, δ, α, ΔTS

a) Détermination de H.

On fait un graphique de la sphère céleste vue du haut. Comptons les angles en heures dans le sens des aiguilles d'une montre. On commence par y placer le point γ. Par rapport à celui-ci, l'étoile fait un angle $-\alpha$ = -18h37m. De même, le soleil fait un angle de 12h par rapport à γ (équinoxe d'automne). Enfin, par rapport au soleil, le méridien du lieu fait un angle $-\Delta$TS = -9h50m. L'angle horaire à rechercher est celui entre l'étoile et le méridien. On voit facilement à partir du graphique que H=ΔTS-(α-12h)=3h13m.

b) Détermination de A et z.

L'équation $\cos z = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$ permet d'obtenir z et donc h. On trouve : h = 90°-z = 50.545°. L'équation $\sin A = \sin H \cos\delta / \sin z$ ou de manière équivalente, l'équation $\sin\delta = \sin\phi\cos z - \cos\phi\sin z\cos A$ permettent d'obtenir A (en considérant ces 2 éqs., il n'y a qu'un solution possible). On trouve A = 113.764°.

c) Coucher de Vega.

Au coucher, $\cos H_0 = -\tan\phi\tan\delta$. Ce qui donne : H_0=8.009 h. L'intervalle de temps à attendre est donc : Δ H=8.009h-3h13m = 4h47m32s. Le temps passé depuis midi est de 9h50m + 4h47m32s = 14h37m32s. Comme nous sommes l'équinoxe d'automne, le soleil se couche 18h après midi, le soleil ne sera donc pas encore couché.

3)

a) Lors du passage au méridien, h = 90° + δ - ϕ = 20°.

b) Au lever et coucher du soleil, $\cos H_0 = -\tan\phi\tan\delta$. La durée du jour est donc de 9h57m23s. Au lever, $\cos A = \sin\delta/\cos\phi$. On trouve donc A = -72°45'20.6".

Comme $\delta < 0$ et la durée du jour diminue, nous somme en automne.

4)

Donnée 1 : $h_{max} = 55°$. On en déduit : $\phi - \delta = z = 35°$.

Donnée 2 : Durée du jour : 14h28m $\rightarrow$ H_0 = 7h14m au coucher. On a donc :

$$\tan\phi\tan\delta = \tan\phi\tan(\phi - z) = -\cos H_0 = 0.3173 = b. \quad (1)$$

Il faut donc résoudre cette équation trigonométrique. On a la formule :

$$\tan(\phi - z) = \frac{\tan\phi - \tan z}{1 + \tan\phi\tan z}. \quad (2)$$

Posons $x = \tan\phi$ et $a = \tan z$. L'équation à résoudre se réécrit donc :

$$x^2 - a(1+b)x - b = 0 \quad (3)$$

C'est une simple équation du second degré. Dans le cas qui nous occupe, les 2 solutions sont : x = 1.1892 et x = -0.2668.
La 1ère solution donne : ϕ = 49.94°, δ = 14.94°
La 2ème solution donne : ϕ = -14.94°, δ = -49.94°.
C'est la 1ère qu'il faut retenir car nous savons que $|\delta| < 23°27'$ pour le soleil. Nous sommes le printemps car $\delta > 0$ et la durée du jour augmente.

L'autre jeu de données (durée du jour = 12h, hauteur=75°) se résout plus facilement. Nous avons cette fois-ci : $\tan\phi\tan\delta = -\cos(6h) = 0$. Donc $\phi = 0^\circ$ ou $\delta = 0^\circ$. Comme $\phi - \delta = 15^\circ$, les 2 solutions possibles sont : 1) $\phi = 0^\circ$, $\delta = -15^\circ$ et 2) $\phi = 15^\circ$, $\delta = 0^\circ$. Ici ces 2 solutions sont acceptables.

5)

C est la puissance reçue sur une surface de $1m^2$ normale à la direction du soleil.

a) Cas global.
La quantité d'énergie solaire reçue sur terre est $C.3600.24.\pi R^2$. Si on divise par la surface de la sphère $4\pi R^2$, on trouve l'énergie moyenne reçue en 24h sur terre : $C.3600.6 = 2.948 \times 10^7$ J. Note : si on divise encore par la durée du jour en seconde, on trouve C/4 : 1/4 de C car la surface de la terre vaut 4 fois celle du disque normal intersectant les rayons du soleil.

b) Cas local.

Nous commençons par noter $C_2 = C.3600$ qui est la constante solaire en J/h.

C_2 donne le nombre de Joules par heures traversant une surface unitaire normale à la direction du soleil. Mais le plan de l'horizon est incliné d'un angle $z_\odot$ par rapport à cette surface normale ($z_\odot$ étant la distance zénithale du soleil). Par simple projection, on voit que

$$C_2 \cos z_\odot$$

est le nombre de Joules par heure reçus sur une surface de $1m^2$ horizontale.

Il reste à intégrer cette équation par rapport au temps depuis le lever jusqu'au coucher du soleil. Comme nous assimilons ici en bonne approximation variation de temps et variation d'angle horaire, l'énergie à calculer est

$$E = C_2 \int_{-H_0}^{H_0} \cos z_\odot \, dH \,, \tag{4}$$

H_0 étant l'angle horaire du soleil à son coucher. Nous avons donc

$$\cos H_0 = -\tan\phi\tan\delta_\odot. \tag{5}$$

La relation $\cos z_\odot = \sin\phi\sin\delta_\odot + \cos\phi\cos\delta_\odot\cos H$ permet de résoudre le problème.

L'équation 4 se réécrit donc (on néglige la variation de $\delta_\odot$ en un jour) :

$$E = C_2 \left(2H_0 \sin\phi\sin\delta_\odot + \cos\phi\cos\delta_\odot \int_{-H_0}^{H_0} \cos H dH \right) .$$

Calculons maintenant l'intégrale au deuxième terme ($\int_{-H_0}^{H_0} \cos H dH$). Pour ce faire, il faut passer en radians. Si h est l'angle en radians, on a simplement H = (24/2π) h. On trouve donc en utilisant l'Eq. 5 :

$$\begin{aligned}\int_{-H_0}^{H_0} \cos H dH &= (24/\pi)\sin H_0 = (24/\pi)\sqrt{1-\cos^2 H_0} \\ &= (24/\pi)\sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta_\odot)^2}. \end{aligned} \tag{6}$$

Pour le premier terme, on déduit simplement de l'Eq. 5 :

$$2H_0 = (24/\pi)\arccos(-\tan\phi\tan\delta_\odot),$$

où nous avons choisi d'exprimer l'arccosinus en radians et H_0 en heures. On trouve donc finalement :

$$E = (24/\pi)C_2\left(\sin\phi\sin\delta_\odot\arccos(-\tan\phi\tan\delta_\odot) + \cos\phi\cos\delta_\odot\sqrt{1-(\tan\phi\tan\delta_\odot)^2}\right).$$

Voyons maintenant les applications concrètes.

1) A l'équateur ($\phi = 0^\circ$)

On trouve simplement : $E = (24/\pi)C_2\cos\delta_\odot$.

La durée du jour est toujours de 12h.
Aux équinoxes ($\delta_\odot = 0^\circ$) : $E = 3.754 \times 10^7$ J.
Au solstices d'été et d'hiver ($\delta_\odot = \pm 23^\circ 27'$) : $E = 3.444 \times 10^7$ J.

Dans les 2 cas, c'est plus que la valeur moyenne globale calculée ci-dessus (2.948×10^7 J). Cela résulte du fait qu'à l'équateur le soleil monte très haut dans le ciel, aux équinoxes il parcourt même un demi cercle passant par le zenith.

2) Au tropique du cancer ($\phi = 23^\circ$27')

Aux équinoxes : $E = 3.444 \times 10^7$ J (durée du jour 12h).
Au solstice d'été : $E = 4.15 \times 10^7$ J et la durée du jour est de 13.446 h.
Au solstice d'hiver : $E = 2.282 \times 10^7$ J et la durée du jour est de 10.554 h.

Au solstice d'été, le soleil passe par le zenith. De plus, la durée du jour est supérieure à 12h. L'énergie recue est donc plus importante qu'à l'équateur. C'est le contraire au soltice d'hiver.

3) A nos latitudes ($\phi = 51^\circ$)

Aux équinoxes : $E = 3.362 \times 10^7$ J (durée du jour 12h).
Au solstice d'été : $E = 4.310 \times 10^7$ J et la durée du jour est de 16.32 h.
Au solstice d'hiver : $E = 0.663 \times 10^7$ J et la durée du jour est de 7.68 h.

Le contraste saisonnier est très très important par suite de la variation de la durée du jour essentiellement. L'énergie reçue en moyenne sur toute l'année est moins élevée qu'à l'équateur car le soleil monte moins haut dans le ciel. La variation de la durée d'ensoleillement (et dans une moindre mesure la hauteur du soleil) explique donc le phénomène de saisons à nos latitudes. Cela n'a rien à voir avec la distance terre-soleil ! !

4) Au delà du cercle arctique (ici $\phi = 75^\circ$)

Aux solstices d'été et d'hiver, les formules ci-dessus ne s'appliquent pas car $|\tan\phi\tan\delta_\odot| > 1$, que se passe-t-il ?

Au solstice d'été : le soleil ne se couche jamais, c'est le phénomène de soleil de minuit. La condition pour avoir le phénomène de soleil de minuit à l'hémisphère nord est :

$$\phi > 90^\circ - \delta_\odot$$

(même justification que pour les étoiles circumpolaires). Le moment le plus favorable est le jour du solstice d'été, la condition devenant : $\phi > 90^\circ - 23^\circ 27' = 66^\circ 33'$. Cela définit le **cercle arctique**.

D'autre part, quand

$$\phi > 90^\circ + \delta_\odot,$$

c'est la nuit polaire qui a lieu pendant un intervalle de temps décalé de 6 mois par rapport au soleil de minuit. Pour notre exercice, nous trouvons :

Au solstice d'été (soleil de minuit) :

Le soleil est visible pendant 24h et on a :

$$E = C_2 \int_{-12h}^{12h} \cos z_\odot \; dH \; = C_2 \int_{-12h}^{12h} (\sin\phi\sin\delta_\odot + \cos\phi\cos\delta_\odot\cos H)\; dH \,.$$

Le deuxième terme s'annule car la moyenne de $\cos H$ est nulle sur 24h. On trouve donc :

$E = 24 C_2 \sin\phi\sin\delta = 4.533 \times 10^7$ J.

Au solstice d'hiver :

C'est la nuit polaire et E=0.

Aux équinoxes :

$E = (24/\pi) C_2 \cos\phi = 0.972 \times 10^7$ J (durée du jour :12h).

3 Exercices Astronomie : Le Temps

3.1 Enoncés

1. Sachant que la durée de l'année est de 365.2422 jours solaires, calculer la durée d'un jour sidéral.
2. Le 7 janvier 1950, le temps sidéral à minuit à Greenwich est 7h3m57.31s. Nous sommes en un lieu de longitude Est L = 22m 15.50s et le temps sidéral local est TSL = 3h47m23.92s. Quel est le temps civil local, TCL, correspondant ?
3. Je pars en voyage depuis New-York (fuseau horaire : -5 heures) avec une montre indiquant l'heure légale à New-York. J'arrive en un lieu inconnu le 21 février. Lorsque ma montre indique 16h11', l'étoile aldebaran (α = 4h36m, $\delta = 16^{\circ}31'$) passe au méridien (direction sud), à une hauteur h=40°. Calculer approximativement la latitude et la longitude du lieu où je me trouve ? Même question mais cette fois-ci faire un calcul exact sachant qu'à minuit à Greenwich le temps sidéral était exactement : 10h03m

3.2 Solutions

1)

1 jour solaire = 24h solaires = 24h sidérales PLUS l'augmentation de l'ascension droite du soleil en un jour solaire.

Nous en déduisons qu'une année tropique (temps entre 2 équinoxes de printemps) = 365.2422 jours solaires = 365.2422 * 24 heures solaires = 365.2422 * 24 heures sidérales PLUS l'augmentation de l'ascension droite du soleil en un an : 24h.
Donc : 365.2422 jours solaires = 366.2422 jours sidéraux.
Donc : 1 jour sidéral = 365.2422/366.2422 jours solaires = 23h56m4.09s.

2)

Pour rappel, le temps sidéral local est l'angle horaire du point γ. Le temps civil cad le temps solaire moyen augmenté de 12 h est par contre comme son nom l'indique associé à la position du soleil.

Pour effectuer cette conversion de temps, il faut donc connaître la différence d'angle horaire entre le point γ. et le soleil moyen. Rappelons que celle-ci varie au cours de l'année, comme simple conséquence de la révolution de la terre autour du soleil. La donnée du problème à exploiter pour ce faire est : le temps sidéral à minuit à Greenwich, à savoir ici : θ = 7h3m57.31s. En effet, il est facile de voir sur un graphique que $\theta - 12h$ est bien la différence d'angle horaire entre le point γ et le soleil quand il était minuit à Greenwich.

Passons maintenant à la résolution proprement dite. Pour exploiter l'information θ = 7h3m57.31s, il faut se ramener au point de référence à Greenwich.

Le Temps sidéral local est :

$$TSL = 3h47m23.92s.$$

Pour en déduire le temps sidéral actuel à Greenwich (TSG), il faut simplement soustraire la longitude du lieu :

$$TSG = TSL - L = 3h47m23.92s - 22m15.50s = 3h25m08.42s$$

Maintenant que nous nous sommes ramené à Greenwich, nous pouvons exploiter θ : le temps sidéral quand il était minuit à Greenwich. On voit immédiatement que

$$TSG - \theta = 20h21m11.11s$$

est le temps sidéral écoulé depuis qu'il était minuit à Greenwich. Le facteur C = 366.2422/365.2422 me permet de passer d'un intervalle de temps sidéral à un intervalle de temps solaire :

$$\Delta T_{sol} = \Delta T_{sid}/C.$$

Dans le cas qui nous occupe, on voit donc que : $(TSG - \theta)/C$ est l'intervalle de temps solaire écoulé depuis qu'il était minuit à Greenwich, ceci est exactement la définition du **temps universel TU** :

$$TU = (TSG - \theta)/C = 20h17m51.05s.$$

Connaissant le temps universel, il suffit de lui ajouter la longitude du lieu pour obtenir le temps civil local TCL :

$$TCL = TU + L = 20h40m06.55s$$

En résumé, la formule de conversion entre temps sidéral et temps civil local est donc :

$$TCL = (TSL - L - \theta)/C + L. \tag{7}$$

Nous pouvons en déduire immédiatement la formule inverse permettant de convertir temps civil local en temps sidéral local :

$$TSL = (TCL - L) \times C + \theta + L.$$

3)

Pour rappel, l'heure légale est donnée par le temps universel auquel on rajoute le décalage horaire donné par le fuseau horaire de la région du globe où on se trouve.

Le but est ici de déterminer la longitude du lieu. Celle-ci est donnée par la différence entre le temps civil local et le temps universel :

$$L = TCL - TU\,.$$

Il faut donc calculer ces 2 temps pour obtenir la longitude. La procédure que nous suivrons est la suivante :

1) Connaissant le temps légal à New-York et le fuseau horaire correspondant, il est très facile d'obtenir le temps universel.

2) Nous observons le passage d'Aldebaran au méridien à un moment donné. Ceci nous donne immédiatement le temps sidéral local, c'est à dire l'angle horaire du point γ.

3) La connaissance du jour de l'année (calcul approximatif) ou la connaissance du temps sidéral quand il était minuit à Greenwich (calcul exact) nous permet de connaître la différence d'angle horaire entre le soleil moyen et le point γ.

Ces 2 données permettent de déduire le temps civil local au moment de l'observation.

1) Commençons donc par calculer le temps universel. Il est simplement donné par la différence entre le temps légal et le fuseau horaire :

$$TU = 16h11 + 5h = 21h11$$

2) Le temps sidéral local est l'ascension droite des astres passant par le méridien, c'est donc l'ascension droite d'Aldebaran :

$$TSL = \alpha = 4h36m$$

3) Déterminons maintenant le temps civil local.

3.1) Commençons par le calcul approximatif basé sur la connaissance simple du jour de l'année. Le 21 février c'est approximativement 1/12ème d'année avant l'équinoxe de printemps. La différence entre l'angle horaire du soleil et l'angle horaire du point γ est donc de 2h. L'angle horaire du soleil vaut donc l'angle horaire du point γ+2h : 6h36m. Il me suffit de rajouter 12h pour avoir le temps civil local :

$$TCL = 18h36m$$

On en déduit donc la longitude :

$$L = TCL - TU = 18h36m - 21h11 = -2h35m\,.$$

3.2) Faisons maintenant un calcul rigoureux basé sur la connaissance du temps sidéral quand il était minuit à Greenwich. Dans ce cas rigoureux, nous utilisons simplement l'équation (7) vue plus haut, ce qui donne en terme de temps universel :

$$TU = TCL - L = (TSL - L - \theta)/C.$$

La solution est immédiatement obtenue en y isolant la longitude :

$$L = TSL - \theta - TU \times C = 4h36m - 10h03m - 21h11m \times C = -2h41.48m$$

Pour terminer, la latitude s'obtient en notant que lors du passage au méridien sud, on a :

$$\phi = 90^{\circ} - h - \delta = +66^{\circ}31'$$