

Travaux Pratiques des cours

*Traitement des données
expérimentales de la physique*

et

Analyse de séries temporelles


Guy Munhoven, Sophie Pedoux et Pierre Magain

Révision du 09/02/2014

Introduction

Premiers pas dans MIDAS

Petite initiation à MIDAS

Après avoir ouvert une session sous LINUX sur votre station de travail (voir les affiches dans la salle sur le manière à suivre), démarrez une machine virtuelle à l’aide de VMWARE PLAYER, en cliquant sur l’icone bleue-jaune  en haut. Après que le démarrage de la machine virtuelle est terminé, ouvrez-y une fenêtre terminal (bouton Terminal, s’il y en a un, ou alors Terminal sous le menu Applications–Accessories). Il faut veiller à n’utiliser que la machine virtuelle pour exécuter MIDAS et toutes les opérations d’édition. En dehors de l’environnement 32-bits qu’offre la machine virtuelle, MIDAS ne fonctionne pas de manière fiable.

Passez dans le répertoire de travail TP-Midas, sous le répertoire de login à l’aide de la commande

```
cd TP-Midas
```

entrée à partir du prompt de la fenêtre terminal.

Pour lancer l’application MIDAS, taper `inmidas` à partir de ce même prompt. Une fois MIDAS lancé, il est conseillé d’ouvrir tout de suite une fenêtre graphique (normalement, il y en a une qui s’ouvre automatiquement au démarrage) à l’aide de la commande

```
create/graphics.
```

Beaucoup de commandes MIDAS ont cette structure `commande/qualificatif`. Le qualificatif optionnel peut généralement être abrégé par ses trois premières lettres.

Vous pouvez librement déplacer les deux fenêtres à l’écran. **Evitez cependant absolument d’en modifier les tailles.** Le fonctionnement de MIDAS s’en trouverait fortement perturbé.

Données

d32 (32 points).

Description

Ensemble de points décrivant une droite de pente 1, allant de -16 à $+15$, par pas de 1.

Tâches

Visualisation :

```
plot d32      afficher sous forme de courbe
plot/pt d32   afficher les points de données isolés
plot/pl d32   afficher les points de données reliés
```

Pour superposer en un deuxième temps un autre jeu de données stocké dans le fichier *nom_de_fichier*, utiliser

```
overplot nom_de_fichier
```

On peut aussi, à l’aide des opérations algébriques courantes, créer d’autres fichiers :

```
compute nouvar_□=□opérations mathématiques
```

A noter qu’il faut impérativement saisir un espace (□) des deux côtés du signe égal (=). Tous les jeux de données que vous créez de cette manière sont stockés sous forme de fichier sur le disque dur de votre poste de travail. Ils ne seront pas perdus en sortant de votre session MIDAS et vous pourrez les réutiliser ultérieurement. Le nom du fichier sous lequel on désire retrouver les nouvelles données (ici nouvar), peut être librement choisi. Il est recommandé de limiter les noms à six lettres, et de ne pas compter sur une distinction entre majuscules et minuscules. Des noms plus longs fonctionnent parfois, parfois pas ; la distinction minuscule/majuscule fonctionne parfois, parfois pas.

Exemple

```
compute testsi = 10.*sin(20.*d32) + 4.
plot d32
overplot testsi
```

Le format utilisé par MIDAS pour les jeux de données que nous utiliserons, tout comme celles que vous allez créer par vous-mêmes, ont un certain nombre d’informations associées, telles que

- le nombre de dimensions (toujours 1 dans le cadre de ces travaux pratiques) ;
- le nombre de points de données ;
- l’extension des axes (i.e., du seul axe des x dans notre cas).

La commande MIDAS donnant accès à cette information est

```
read/descriptor nom_de_fichier
```

Cette commande affichera toute une série d’informations, dont le nombre de points (npix) est ce qui nous intéresse plus particulièrement dans un premier temps.

Exercice 1

Données

d128 (. points) ou d256 (. points)

Description

Droite allant de -64 à $+63$ (resp. de -128 à $+127$) par pas de 1.

Tâches

Calcul des transformées de Fourier de Sinc et Sinc², c’est-à-dire, ici de

$$\text{Sinc}(x) = \frac{\sin(360 * f * x)}{2\pi * f * x}$$

et de son carré. Nous choisirons $f = 0.1$ comme fréquence. Noter cette définition inhabituelle de Sinc(x), due au fait que MIDAS attend l’argument du sinus en degrés, alors que l’argument du sinus en mathématiques est en radians (Attention : si on exprime les arguments des fonctions trigonométriques en degrés—ce qui est pourtant tout à fait légitime—même les formules les plus élémentaires de dérivation ne sont plus applicables telles quelles.)

Etapes

Sinc n’existe pas d’office sous MIDAS, et il faut donc d’abord le créer

```
compute x = d256
compute sinc = sin(0.1*360*x)/(0.1*2.*3.1416*x)
MIDAS signale une erreur. Que signifie-t-elle ? Inspection :
plot/pl sinc
```

Pour y remédier, il faut manuellement corriger sinc :

```
write sinc 0.,1 1.
```

Ré-inspection :

```
plot/pl sinc
```

Pour effectuer la transformée de Fourier, il faut encore compléter les données de départ de leur partie complexe, même si celle-ci est identiquement nulle. Elle doit absolument avoir les mêmes caractéristiques (nombre de points, pas d’échantillonnage) que la partie réelle. Il existe plusieurs moyens de le faire :

```
compute zero = sinc-sinc
compute zero = sinc*0
compute zero = x-x
compute zero = x*0
```

Noter que sinc et x ont les mêmes caractéristiques (i.e., dimensions, et espacement des points). Puis calculer la transformée de Fourier directe à l’aide de la fonction tfd

```
tfd sinc zero rfsinc ifsinc
```

qui retourne les parties réelle et imaginaire dans les fichiers (variables) en troisième (rfsinc) et quatrième (ifsinc) arguments, respectivement. Les noms de ces variables peuvent être librement choisis.

Inspecter et commenter les résultats (parties réelle et imaginaire).

Sinc² Le carré de Sinc peut immédiatement être calculé de ce qui précède :

```
compute sinc2 = sinc*sinc
ou
compute sinc2 = sinc**2
```

en utilisant l’opérateur d’exponentiation **. Calculer le transformée de Fourier de sinc2 (quelle partie imaginaire utiliser ?). Vérifier les résultats et commenter.

Exercice 2

Données

d128 (..... points)

Description

Droite de pente unité, allant de -64 à $+63$, par pas de 1.

Tâches

Calcul la transformée de Fourier de la Gaussienne

$$G(x) = a \exp(-b * (x - c)^2)$$

qui a pour amplitude $a = 12.0$ et pour centre $c = 3.4$; b sera déterminé de manière à ce que la largeur à mi-hauteur de la Gaussienne soit égale à 6, et x balayera l’intervalle $[-64, 63]$ ($x = d128$).

Etapes

1. Déterminer b .
2. Calculer la Gaussienne et sa transformée de Fourier

```
compute gauss = 12.*exp(-0.077*(d128-3.4)**2)
plot gauss
compute zero = d128*0
tfd gauss zero rg ig
plot rg
```

Observations ? Commentaires ? Explications ?

Fin de séance

Afin de garantir le bon fonctionnement du système, il faut soigneusement mettre fin au programme, à la machine virtuelle et à la session LINUX. Les étapes sont les suivantes.

Pour sortir de la session MIDAS, taper

bye

au prompt de MIDAS.

Une fois MIDAS fermé, il faut fermer la machine virtuelle,

- soit, en utilisant la croix (x) dans le petit menu rectangulaire au milieu en haut si la machine virtuelle tourne en mode plein écran ;
- soit, en utilisant la croix (x) pour fermer la fenêtre de la machine virtuelle s’il ne tourne pas en mode plein écran ;
- ou encore, en sélectionnant le bouton d’extinction de la barre des menus (s’il y en a un) ou Shut Down... sous le menu System qu’offre la machine virtuelle, puis confirmer par .

Enfin, il faut encore correctement éteindre la machine en fermant la session LINUX/GNOME. Il faut pour cela sélectionner le bouton d’extinction de la barre des menus (s’il y en a un) ou Shut Down... sous le menu System qu’offre le bureau de la session, puis confirmer par .

Interpolation par transformée de Fourier

Exercice 1

Données

`data1`

Tâche

Interpoler `data1` avec un pas d'échantillonnage de $1/4$.

Méthodologie

Par transformée de Fourier, avec extension par des zéros.

Etapas

Utilisez `read/descriptor` pour déterminer le nombre de points qu'il y a dans le jeu de données. Calculez la transformée de Fourier de `data1` et étendez-la par des zéros pour en arriver au nombre de points requis à l'aide de la fonction `expand`.

Exercice 2

Données

`data2.`

Description

`data2 = data1 + bruit.`

Tâche

Interpoler `data2` avec un pas d'échantillonnage de $\frac{1}{4}$.

Méthodologie

Par transformée de Fourier, avec extension par des zéros.

Exercice 3

Données

data3.

Tâche

Interpoler data3 avec un pas d'échantillonnage de $\frac{1}{8}$.

Méthodologie

Par transformée de Fourier, avec extension par des zéros.

Corrélations, décalages et filtrages

Exercice 1

Données

t_{1n} et t_{2n} .

Description

Enregistrement d’un même signal, à un décalage près, et avec des erreurs de mesure très importantes.

Tâche

Déterminer le décalage temporel par corrélation croisée.

Méthodologie

Se servir des propriétés de l’opérateur de corrélation sous transformée de Fourier :

$$\mathcal{F}(\text{Corr}(f, g)) = (\mathcal{F}f)^* \times \mathcal{F}g,$$

ce qui donne

$$\text{Corr}(f, g) = \mathcal{F}^{-1}((\mathcal{F}f)^* \times \mathcal{F}g).$$

Le résultat brut de ces deux opérations sera très bruité, et il faudra recourir à un filtrage.

Etapas

1. Calculer les transformées de Fourier de t_{1n} et t_{2n} , puis la fonction de corrélation.
2. Programmer un filtre, à générer par l’utilitaire FORTRAN `genfunc.f` :
 - (a) ouvrir `genfunc.f` dans un éditeur de texte (comme, par exemple, `vi`, `textedit`, `kedit`, `kwrite`, ...)
 - (b) définir les valeurs des paramètres du filtre

`naxis` = nombre de dimensions

`npix(1)` = nombre de points de la première dimension

`start(1)` = abscisse de départ de la première dimension

`step(1)` = pas d’échantillonnage de la première dimension

Ici, le nombre de dimensions est 1, le nombre de points de la première dimension est 256 et l’indice de départ est -0.5 . Le pas d’échantillonnage est $0.390625E-02$. Ces informations peuvent être obtenues en appliquant la commande `read/descriptor` de MIDAS à l’une des deux composantes de la transformée de Fourier déjà calculée (`rfc` ou `ifc` ci-dessus).

Puis inclure la définition du filtre (rectangle, triangle, ...) plus bas, après subroutine `func(...)`, en se servant de la boucle

```
do 2 i = ...  
  y(i) = ...  
2 continue
```

3. Générer le filtre (compiler `genfunc.f` et générer le fichier qu’il définit) et l’appliquer :

```
fortran genfunc  
genfunc filtre  
compute ... = ... * filtre
```

Exercice 2

Données

`t3n` et `t4n`

Description

Tâche

Déterminer le décalage.

Méthodologie

Par corrélation croisée, via transformée de Fourier et filtrage.

Etapes

Comme pour l’exercice précédent.

Fenêtrage et découpage

Exercice 1

Données

d128 (128 points)

Description

Droite de pente unité, allant de -64 à $+63$, par pas de 1.

Tâches

Calcul de transformées de Fourier de $\cos(90^\circ * d128/8)$ et de $\cos(80^\circ * d128/8)$.

Exercice 2

Données

spec2.

Description

Signal périodique.

Tâche

Déterminer la période.

Méthodologie

spec2 étant périodique, la transformée de Fourier devrait se présenter sous forme de deux pics δ . Cependant, spec2 ne présente pas un nombre entier de périodes. Elle est donc égale à une fonction périodique infinie multipliée par un rectangle. En conséquence, sa transformée de Fourier est égale à une somme de deux pics δ , convoluée avec un sinus cardinal (sinc). Il faut donc recourir à un fenêtrage des données. Il convient d'utiliser un triangle à cette fin, car un rectangle serait trop brutal, et générerait nombre d'oscillations de Gibbs.

Etapas

Générer la fenêtre à l’aide de `genfunc`, en prenant soin de travailler dans l’espace des données cette fois-ci, et non pas dans l’espace de Fourier, comme pour les filtres.

Exercice 3

Données

`spec1`.

Description

Signal périodique à plusieurs fréquences.

Tâche

Déterminer le nombre de fréquences et leurs valeurs.

Méthodologie

Par transformée de Fourier.

Pour la prochaine séance

Préparez, s’il-vous-plaît, les exercices préparatoires sur les paramètres et grandeurs géométriques des différents types de modèles que nous allons traiter. Les relations que vous allez établir vous seront indispensables pour le volet *ajustement de modèles* que nous allons commencer à traiter à la deuxième séance qui suivra.

Analyse spectrale par transformée de Fourier

Paléoclimat : insolation et enregistrement sédimentaire des variations climatiques au cours des 782 ka avant le présent

Données

jul65n

specmap

Le pas d'échantillonnage est de 1 ka (1000 ans) pour les deux jeux de données.

Description

La théorie Si la Terre était seule à graviter autour du Soleil, son mouvement elliptique ne changerait pas au cours du temps. En raison de la présence de la Lune et des autres planètes du système solaire, mais aussi de la non-sphéricité du globe terrestre, les paramètres de son orbite et son axe de rotation sont soumis à des perturbations. Il en résulte des changements dans les distributions spatiale et temporelle de l'insolation au sommet de l'atmosphère terrestre. En résumé ...

- A cause des perturbations par les autres planètes, l'*excentricité* de l'orbite terrestre varie avec des périodes proches de 100 et de 400 ka.
- Les perturbations par les autres planètes font aussi que l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport à l'écliptique, son *obliquité*, change. De plus, la Terre n'étant pas sphérique, elle est soumise à la précession (*précession terrestre* suite aux attractions du Soleil et de la Lune. La combinaison de ces deux effets est à l'origine d'une oscillation de l'obliquité terrestre avec une période proche de 41 ka.
- Enfin, la précession terrestre, mentionnée ci-dessus, qui donne lieu à un décalage régulier des solstices et des équinoxes, en combinaison avec la rotation de l'orbite elliptique elle-même, donne lieu à la *précession climatique*, qui se manifeste par l'évolution dans le temps de l'équinoxe du printemps, par exemple. La précession climatique opère avec des périodes proches de 19 et de 23 ka.

Alors que l'évolution des variations d'insolation peut être calculée de manière théorique, à partir des résultats de la mécanique céleste, avec très bonne précision, les enregistrements extraits d'archives terrestres ne permettent pas de les reconstruire directement.

Les variations d'insolation donnent lieu à des variations climatiques : glaciations, pendant lesquelles des calottes glaciaires étendues se développent, et déglaciations (rapides), pendant lesquelles les calottes se désintègrent et fondent.

Ces cycles de croissance/fonte d’énormes calottes glaciaires à un effet mesurable sur le rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ dans l’eau de mer. Les molécules d’eau contenant l’isotope lourd (et plus rare) ^{18}O s’évaporent plus lentement et condensent plus facilement que celles contenant l’isotope ^{16}O , plus léger, et majoritaire. L’eau des précipitations se trouve donc appauvrie en ^{18}O (c.-à-d., est caractérisée par un rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ plus faible), en comparaison avec la source océanique dont elle est issue. Cette dernière au contraire se trouve enrichie en ^{18}O , c.-à-d., son rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ augmente suite à l’évaporation. Si les précipitations, au lieu de retourner rapidement à l’océan, servent à alimenter la croissance de calotte glaciaires continentales, l’eau de mer voit donc son rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ augmenter au fur et à mesure qu’une glaciation se développe, et rediminue lors de la déglaciation, lorsque l’eau de fonte des calottes retourne à l’océan.

L’évolution du rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ de l’eau de mer peut être reconstruite avec bonne précision en analysant les coquilles carbonatées de micro-fossiles dans les sédiments du fond des mers.

Les données Le fichier jul65n, extrait de Berger [1992], décrit l’évolution de l’insolation en juillet à une latitude de 65°N . On pense généralement que le développement de calottes glaciaires se trouve facilité si la neige tombée en hiver ne fonde pas en été. L’aire continentale est particulièrement importante à 65°N , d’où ce choix.

Le fichier specmap, converti à partir du fichier specmap.017 de Imbrie and Others [1990], représente une évolution moyenne du rapport $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ de l’eau de mer (en unités normalisées – de moyenne quasiment nulle et exprimée en unités de déviations standard). Ce jeu de données est obtenu en combinant plusieurs enregistrements sédimentaires individuels suffisamment longs, dans lesquels une série d’événements isotopiques (minima, maxima, transitions) ont pu être identifiés, ce qui permettait de les corréler. Les maxima correspondent aux périodes les plus froides (glaciaires), les minima aux périodes les plus chaudes (inter-glaciaires).

Pour en savoir plus...

- <http://planet-terre.ens-lyon.fr/planetterre/XML/db/planetterre/metadata/LOM-milankovitch-2005-09-27.xml>
- Hays et al. [1976];
- Imbrie et al. [1992] et Imbrie et al. [1993].

Tâches

Effectuer une analyse spectrale des deux signaux. En raison de la longueur des enregistrements (783 points), plusieurs possibilités se présentent :

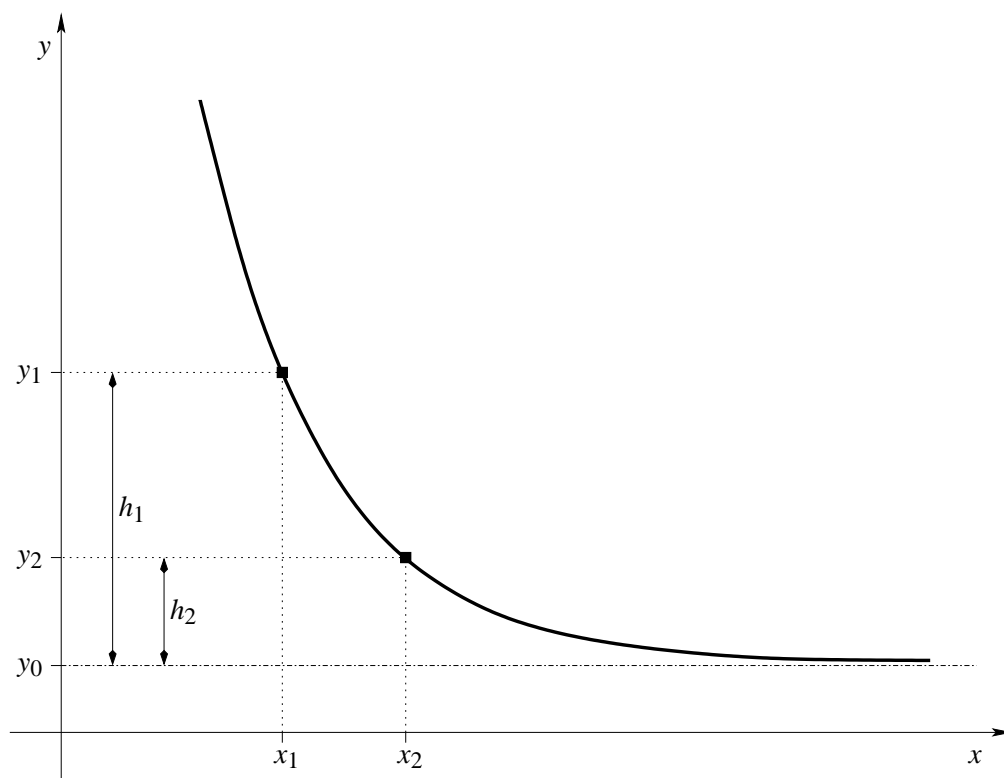
- extraire les 512 points les plus récents et effectuer l’analyse sur ces points ;
- extraire trois parties successives de 256 points (total : 768 points) et les analyser individuellement.

Localisez les différentes bandes d’intérêt et vérifiez la puissance qui y est incluse (autour de 100 ka, 41 ka, 23 ka et 19 ka). Quel genre de problème caractérise la période de 100 ka (comparez ses caractéristiques dans les deux enregistrements) ?

Ajustements de modèles

Modèles : exercices préliminaires

Modèle exponentiel décroissant

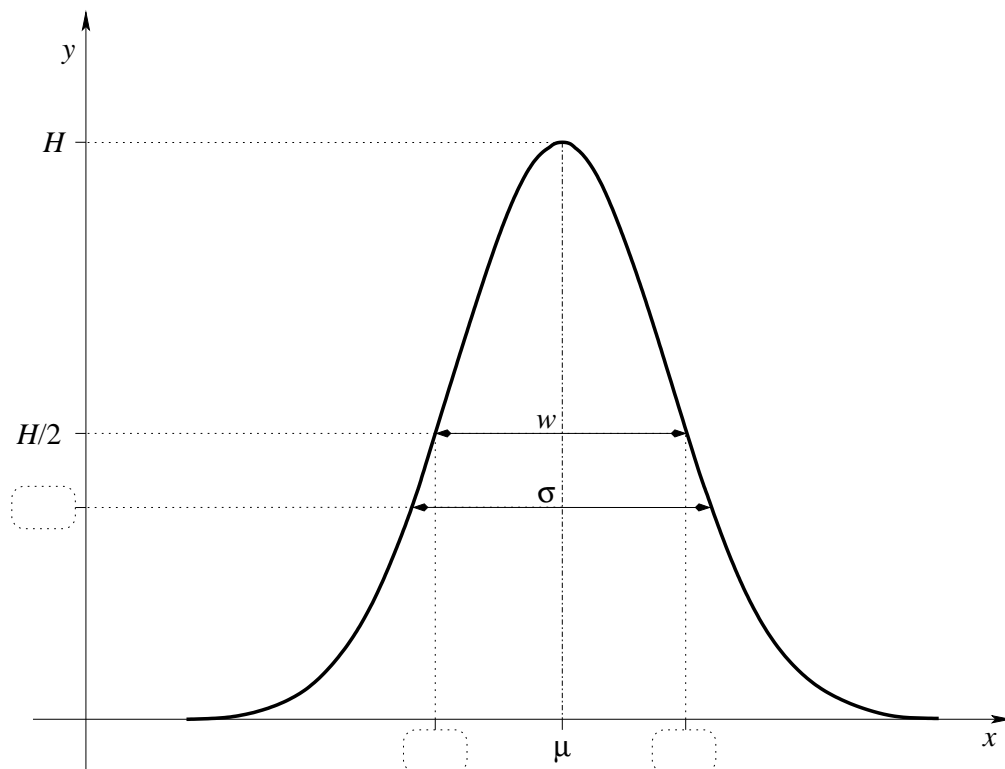


Relier les paramètres a_1 , a_2 et a_3 du modèle décrit par l'expression

$$y = a_1 + a_2 \exp(-a_3 x)$$

aux différentes grandeurs (x_1 , x_2 , y_0 , y_1 , y_2 , h_1 , h_2) indiquées sur la figure ci-dessus.

Modèle gaussien



Relier les paramètres a_1 , a_2 et a_3 du modèle gaussien décrit soit par

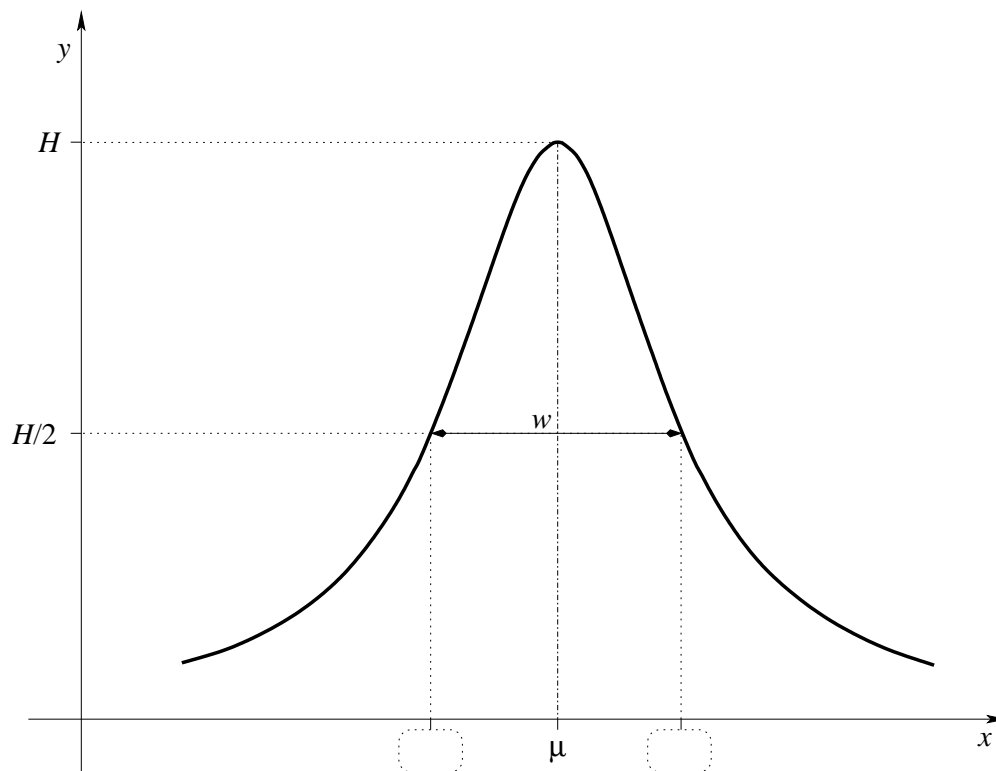
$$y = a_1 \exp\left(-a_2(x - a_3)^2\right)$$

soit par

$$y = a_1 \exp\left(-\left(\frac{x - a_3}{a_2}\right)^2\right)$$

aux différentes grandeurs indiquées sur la figure ci-dessus. w est la *largeur à mi-hauteur* de la Gaussienne, μ sa moyenne et H son amplitude. Complétez aussi la figure.

Modèle lorentzien



Relier les paramètres a_1 , a_2 et a_3 du modèle lorentzien décrit soit par

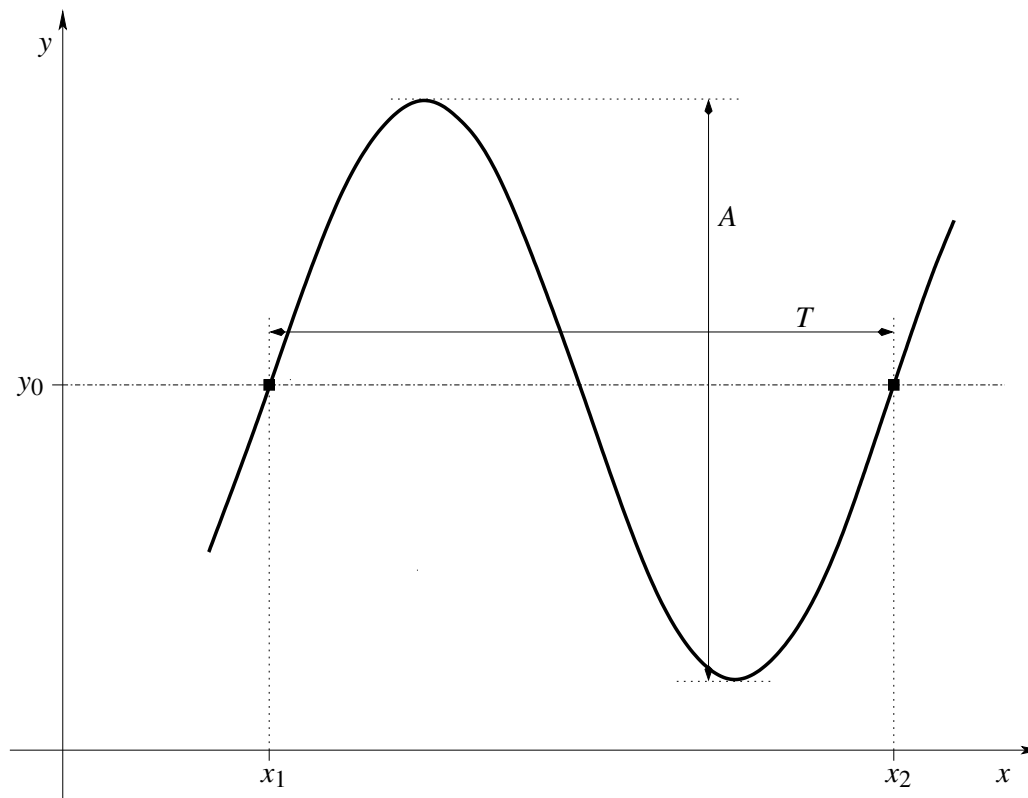
$$y = \frac{a_1}{a_2 + (x - a_3)^2}$$

soit par

$$y = \frac{a_1}{1 + a_2(x - a_3)^2}$$

aux différentes grandeurs indiquées sur la figure ci-dessus. w est la *largeur à mi-hauteur* de la Lorentzienne, μ sa moyenne et H son amplitude. Complétez aussi la figure.

Modèle sinusoïdal



Relier les paramètres a_1 , a_2 , a_3 et a_4 du modèle sinusoïdal décrit soit par

$$y = a_1 + a_2 \sin(a_3x + a_4)$$

soit par

$$y = a_1 + a_2 \cos(a_3x + a_4)$$

aux différentes grandeurs indiquées sur la figure ci-dessus. Notez que, même si les arguments des fonctions trigonométriques en MIDAS doivent être exprimés endegrés, les calculs liés aux ajustements de modèles seront effectués par un programme en FORTRAN, qui travaille en radians ! Utilisez donc des radians pour vos développements ici.

Modèle 1 : décroissance radioactive

Données

spec7.

Description

Enregistrement d’un comptage de particules au cours d’une expérience de décroissance radioactive.

Tâche

Déterminer les caractéristiques (nombre initial, temps caractéristique).

Méthodologie

Par ajustement de modèle.

Étapes

1. Editer `ajuste.f` :
 - (a) adapter partout le nombre de paramètres (5 lignes concernées)
`parameter (ma=nombre_de_paramètres) ;`
 - (b) dans subroutine `funce(...)`, programmer la fonction qui décrit le modèle
$$y = fct(x, a(1), \dots, a(ma)),$$
ainsi que toutes ses dérivées partielles par rapport aux paramètres :
$$dyda(1) = \partial y / \partial a_1(x, a(1), \dots, a(ma)),$$
$$\dots,$$
$$dyda(ma) = \partial y / \partial a_{ma}(x, a(1), \dots, a(ma)).$$
2. Compiler `ajuste.f` :
`fortran ajuste`
3. Déterminer les σ pour chaque point de mesure.
`compute sigma = ...`
4. Déterminer des estimations initiales pour les paramètres :
 - $a(1) \simeq \dots$
 - $a(2) \simeq \dots$
5. Effectuer l’ajustement :

ajuste spec7 sigma resfit a_1, a_2

6. ajuste procède à une minimisation du χ^2 et donne :
 - les caractéristiques des itérations intermédiaires ;
 - matrice des covariances, qui fournit les informations sur les barres d’erreur des paramètres : ainsi $cov(i, i) = \sigma_i^2$; $cov(i, j)$ caractérise la corrélation entre a_i et a_j ;
 - le χ^2 final ;
 - le Q , qui, *grosso modo*, donne la probabilité qu’un χ^2 élevé serait dû au hasard.

Modèle 2 : décroissance radioactive

Données

spec9

Description

Enregistrement d’un processus de décroissance radioactive.

Tâche

Déterminer les caractéristiques de la source radioactive.

Méthodologie

Par ajustement de modèle.

Modèle 3 : isoler une perturbation

Données

spec6.

Description

Sinus + perturbation.

Tâche

S’affranchir du sinus porteur et isoler la perturbation.

Méthodologie

Par ajustement de modèle (avec $a \cdot \sin(x + f)$) et non pas par filtrage ; en filtrant le sinus dominant, on risque de ne plus retrouver la perturbation, ou alors de sérieusement la déformer.

Il est donc préférable de procéder de la manière suivante : détecter une partie non perturbée du signal, y effectuer un ajustement de modèle en sinus (ou cosinus), et puis soustraire le modèle de la série brute afin de faire apparaître la perturbation. La perturbation est très faible, il faut donc procéder par étapes. Le fit de sinus sur plusieurs périodes risque de poser problème à la routine de minimisation utilisée pour le fit, et il convient d’avoir une bonne estimation de départ pour les paramètres. Utiliser un sigma de 0.01 partout.

Etapes

1. Extraire une période à peu près et effectuer un ajustement dessus.
2. Etendre ce modèle à toute l’étendue des x ; le soustraire du signal pour avoir une meilleure idée de l’étendue de la perturbation.
3. Extraire la plus grande partie non perturbée possible, et répéter l’ajustement précédent pour améliorer les valeurs des paramètres, en utilisant les valeurs de paramètres ajustés à la première étape comme valeurs initiales.

Modèle 4 : CO₂ atmosphérique à Mauna Loa

Données

co2 (données originales, 648 points)

co2a (données de travail, 512 points)

Description

Le jeu de données co2 donne l’évolution mensuelle des concentrations de CO₂ dans l’atmosphère mesurées à l’observatoire de Mauna Loa sur l’île Hawaï (19°28’46,3’’N 155°36’09,6’’W), exprimées en fraction molaire dans l’air sec ($\mu\text{mol/mol}$, ou ppmv), entre mars 1958 et février 2012 [Tans and Keeling, 2012]. Les données sont référencées au milieu du mois, les dates sont rapportées en années décimales (janvier 1958 correspond à $1958 + 0.5/12 = 1958.042$, février 1958 à $1958 + 1.5/12 = 1958.125$, etc.). La précision des données mensuelles est de l’ordre de 0,5 ppmv.

Le jeu de données co2a – qui sera celui utilisé pour notre analyse ci-dessous – reprend les 512 premiers points de co2, sur un axe temporel rendu symétrique, afin

de faciliter son utilisation avec les routines de transformée de Fourier de MIDAS. Le pas d'échantillonnage de `co2a` reste fixé à un mois. (Pour information : l'instant 0 de `co2a` correspond à 1979.541666667 en années décimales, c'est-à-dire, à juillet 1979.)

Tâches

1. Isoler la tendance à long-terme (dans `co2a`). Isolez ensuite les variations saisonnières, en retranchant la tendance des données.
2. Modéliser les variations saisonnières.
3. Tester l'hypothèse, qui dit que l'amplitude de la variation saisonnière augmente avec le temps. Est-ce que la variation d'amplitude éventuellement détectée est significative ? Discuter.

Méthodologie

1. Par transformée de Fourier, avec filtrage.
2. Adopter un modèle sinusoïdal à deux harmoniques.
3. Adopter une fonction linéaire pour l'amplitude dans le modèle précédent.

Modèle 5 : instrument imparfait

Données

`spec8`

Description

Enregistrement de trois raies en émission, effectué à l'aide d'un instrument caractérisé par un bruit gaussien identique en chaque pixel (à déterminer).

Tâche

Déterminer les caractéristiques des raies (position, intensité, largeur) ainsi que du bruit gaussien.

Méthodologie

Par ajustement de modèle (`ajuste.f`), à l'aide d'un modèle à déterminer au mieux.

Modèle 6 : instrument décalibré

Données

spec10

Description

Enregistrement d'un comptage de particules avec un instrument caractérisé par

- un point zéro indéterminé ;
- un bruit gaussien.

Le pic est Lorentzien.

Tâche

Déterminer la constante de temps de la décroissance radioactive ainsi que les caractéristiques de la Lorentzienne, ainsi que les paramètres de l'instrument. Question subsidiaire : estimer la barre d'erreur sur l'amplitude de la Lorentzienne.

Méthodologie

On procèdera à un ajustement de modèle de manière itérative, étant donné que certaines caractéristiques (e.g. σ) ne sont pas connues dès le départ, et qu'il faut donc commencer par quelques approximations plus ou moins grossières.

Rapporter des résultats avec leurs incertitudes

Les valeurs ajustées des paramètres de modèle, a_j , déterminées par `ajuste` sont fournies avec huit chiffres “significatifs” ; les valeurs du tableau des covariances `covar(:, :)`, qui serviront pour estimer les incertitudes σ_j sur les paramètres a_j sont fournies avec une quatre chiffres “significatifs”. Les incertitudes σ_j , qu’on déduit des σ_{jj}^2 , auront une précision relative comparable à celle des σ_{jj}^2 , étant donné que l’incertitude relative d’une racine carrée est, au premier ordre, égale à la moitié de l’incertitude relative de son argument. Il est clair que rapporter des résultats avec une telle “précision” n’a pas de sens.

Pour rapporter des résultats en pratique, nous suivrons les règles suivantes.

1. La valeur estimée pour l’incertitude, σ_{jj}^2 , est arrondie à deux chiffres *significatifs* :

par exemple, de

$$a(1) = 0.25362221E+03$$

...

$$\text{covar}(1, 1) = 0.2396E+02$$

nous déduisons

$$\sigma_1 = \sqrt{0,2396 \times 10^2} = 0,48948953 \times 10^1$$

et nous adopterons

$$\sigma_1 = 0,49 \times 10^1$$

En toute rigueur, un seul chiffre significatif suffirait, et pour obtenir une estimation conservatrice, on arrondirait toujours vers le haut. Nous retiendrons deux chiffres significatifs pour garder trace de l’effet d’un arrondi éventuel, et nous arrondirons suivant les règles habituelles (vers le bas si la première décimale ignorée est 0, 1, 2, 3 ou 4, et vers le haut si elle est 5, 6, 7, 8 ou 9). On peut choisir de garder la puissance de 10 dans l’expression rapportée, ou d’effectuer le calcul.

2. La valeur ajustée du paramètre est alors exprimée en fonction de la même puissance de 10 que l’estimation de l’incertitude, puis le facteur principal est arrondi au même nombre de *décimales* que l’incertitude :

Dans notre exemple, cela revient à écrire

$$a_1 = 0,25362221 \times 10^3 = 25,362221 \times 10^1$$

que nous arrondissons à deux décimales ici :

$$a_1 = 25,36 \times 10^1$$

Pour rapporter le résultat final, on peut absorber les puissances de 10 ou changer d’unités pour présenter le résultat de manière plus claire, mais ce n’est pas indispensable.

Dans l’exemple choisi, on pourrait rapporter le résultat final sous la forme

$$a_1 = 253,6 \pm 4,9$$

Lorsqu’il vous est demandé d’estimer l’incertitude d’une grandeur dérivée d’un ou plusieurs paramètres (comme, p. ex., l’incertitude sur un rapport ou une différence de deux paramètres ajustés, tous les calculs intermédiaires sont effectués avec toutes les décimales disponibles. Les opérations d’arrondi ne sont effectuées que sur les grandeurs finales.

Il est demandé d’estimer l’incertitude sur le rapport a_1/a_2 , a_1 et a_2 étant des paramètres d’un modèle, pour lequel ajuste fournit les résultats suivants :

$$a(1) = 0.25362221E+03$$

$$a(2) = 0.97533249E+02$$

...

$$\text{covar}(1,1) = 0.2396E+02$$

$$\text{covar}(1,2) = -0.1313E+01$$

$$\text{covar}(2,2) = 0.4453E+01$$

Au premier chapitre du cours théorique, vous avez vu que l’incertitude σ_r du rapport $r = a_1/a_2$ peut être estimée à l’aide de la relation

$$\frac{\sigma_r^2}{r^2} = \frac{\sigma_{11}^2}{a_1^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{a_2^2} - 2 \frac{\sigma_{12}^2}{a_1 a_2}.$$

où il ne faut pas oublier que σ_{12}^2 *dénote* la covariance, qui peut être positive ou négative (ne vous laissez pas induire en erreur par le “carré” dans la formule). Nous avons donc :

$$r = \frac{0,25362221 \times 10^3}{0,97533249 \times 10^2} = 2,600366671$$

$$\frac{\sigma_{11}^2}{a_1^2} = \frac{0,2396 \times 10^2}{(0,25362221 \times 10^3)^2} = 3,724879678 \times 10^{-4}$$

$$\frac{\sigma_{22}^2}{a_2^2} = 4,681093459 \times 10^{-4}$$

$$\frac{\sigma_{12}^2}{a_1 a_2} = -5,307924685 \times 10^{-5}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^2 &= r^2 \times \left(\frac{\sigma_{11}^2}{a_1^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{a_2^2} - 2 \frac{\sigma_{12}^2}{a_1 a_2} \right) \\
 &= 2,600366671^2 \times (3,724879678 \times 10^{-4} \\
 &\quad + 4,681093459 \times 10^{-4} \\
 &\quad - 2 \times (-5,307924685 \times 10^{-5})) \\
 &= 6,401874554 \times 10^{-3} \\
 \sigma_r &= 8,001171510 \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

Nous retenons donc

$$\sigma_r = 8,0 \times 10^{-2}$$

et nous arrondissons

$$r = 2,600366671 = 260,0366671 \times 10^{-2}$$

à

$$r = 260,0 \times 10^{-2}.$$

Le résultat peut alors être rapporté sous la forme

$$r = 260,0 \times 10^{-2} \pm 8,0 \times 10^{-2}$$

ou, plus de manière plus claire,

$$r = 2,600 \pm 0,080.$$

Exercices de révision

Exercice 1

Données

t_{5n} et t_{6n} .

Tâche et méthodologie

Déterminer le décalage par corrélation croisée, via transformée de Fourier et filtrage éventuel.

Étapes

Comme pour l'exercice de la séance 3.

Exercice 2

Données

spec14 et spec15.

Tâche

Interpôler spec14 et spec15 avec un pas d'échantillonnage de $1/4$. Discuter la qualité de l'interpolation.

Exercice 3

Données

spec5.

Description

Signal à deux composantes.

Tâche

Effectuer une analyse spectrale du signal : déterminer la fréquence du signal.

Méthodologie

Par transformée de Fourier.

Exercice 4

Données

spec4.

Description

Signal composé d’une oscillation à amplitude importante, greffée sur une tendance.

Tâche

Isoler la tendance à long-terme.

Méthodologie

Par transformée de Fourier, avec filtrage.

Exercice 5

Données

spec17.

Description

Signal composé d’une oscillation à amplitude importante, greffée sur une tendance.

Tâche et méthodologie

Isoler la tendance à long-terme, par transformée de Fourier, avec filtrage.

Exercice 6

Données

spec16

Description

Enregistrement d’un comptage de particules sur fond d’émission constant.

Tâche

Ajuster un modèle approprié, déterminer ses paramètres, discuter la qualité de l’ajustement ainsi que les incertitudes.

Exercice 7

Données

spec18

Description

Enregistrement d’un spectre présentant deux raies en émission, l’une à profil gaussien, l’autre à profil lorentzien. L’instrument est caractérisé par un bruit gaussien.

Tâche

Ajuster un modèle approprié, déterminer ses paramètres, discuter la qualité de l’ajustement ainsi que les incertitudes.

Bibliographie

- A. Berger. Orbital variations and insolation database. IGBP PAGES/World Data Center-A for Paleoclimatology Data Contribution Series #92-007, NOAA/NGDC Paleoclimatology Program, Boulder, CO, 1992. URL <ftp://ftp.ncdc.noaa.gov/pub/data/paleo/insolation>.
- J. D. Hays, J. Imbrie, and N. J. Shackleton. Variations in the Earth's orbit : Pacemaker of the ice ages. *Science*, 194 :1121–1132, 1976. doi : 10.1126/science.194.4270.1121.
- J. Imbrie and Others. SPECMAP archive # 1. IGBP PAGES/World Data Center-A for Paleoclimatology Data Contribution Series #90-001, NOAA/NGDC Paleoclimatology Program, Boulder, CO, 1990. URL <ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/pub/data/paleo/paleocean/specmap/specmap1>.
- J. Imbrie, E. A. Boyle, S. C. Clemens, A. Duffy, W. R. Howard, G. Kukla, J. Kutzbach, D. G. Martinson, A. McIntyre, A. C. Mix, B. Molfino, J. J. Morley, L. C. Peterson, N. G. Pisias, W. L. Prell, M. E. Raymo, N. J. Shackleton, and J. R. Toggweiler. On the structure and origin of major glaciation cycles. 1. Linear responses to Milankovitch forcing. *Paleoceanography*, 7(6) :701–738, 1992. doi : 10.1029/92PA02253.
- J. Imbrie, A. Berger, E. A. Boyle, S. C. Clemens, A. Duffy, W. R. Howard, G. Kukla, J. Kutzbach, D. G. Martinson, A. McIntyre, A. C. Mix, B. Molfino, J. J. Morley, L. C. Peterson, N. G. Pisias, W. L. Prell, M. E. Raymo, N. J. Shackleton, and J. R. Toggweiler. On the structure and origin of major glaciation cycles. 2. The 100,000-year cycle. *Paleoceanography*, 8(6) :699–735, 1993. doi : 10.1029/93PA02751.
- Pieter Tans and Ralph Keeling. Trends in atmospheric carbon dioxide : Mauna Loa CO₂ monthly mean data. Technical report, National Oceanographic and Atmospheric Administration, 03 2012. URL ftp://ftp.cmdl.noaa.gov/ccg/co2/trends/co2_mm_mlo.txt.

MIDAS en quelques mots-clé

Quelques commandes courantes

compute *fichnom*[_]=[_]*opérations*

effectuer les *opérations* et écrire le résultat dans le fichier *fichnom* ; attention aux blancs impératifs (□) autour du signe ‘=’

compute *opérations*

effectuer les *opérations* et afficher les résultats à l’écran

create/graphics

ouvrir une fenêtre graphique

plot *fichnom*

tracer le contenu du fichier *fichnom* à l’aide d’une courbe

plot/pt *fichnom*

tracer le contenu du fichier *fichnom* en n’affichant que les points

plot/pl *fichnom*

tracer le contenu du fichier *fichnom* en affichant les points reliés par des traits

write *fichdest* *abscissa*,*n* *val*₁,*val*₂,...,*val*_{*n*}

écrire *n* valeurs dans le fichier *fichdest* à partir de $x = \textit{abscissa}$ (inclus) ; ne pas mettre de blanc(s) près des virgules de la liste

overplot *fichnom*

dessiner le contenu du fichier *fichnom* au-dessus du graphe existant

read/descriptor *fichnom*

afficher le descriptif du fichier *fichnom* à l’écran

get/gcur *fichnom*

basculer de la saisie clavier vers la saisie avec le curseur graphique pour permettre de pointer des valeurs dans le fenêtre graphique avec la souris (bouton de gauche) ; rebasculer vers la saisie clavier à l’aide d’un clic sur le bouton de droite ou du milieu.

set/graphics **color**=*idxcouleur*

définir la couleur d’indice *idxcouleur* pour l’opération graphique suivante (plot, overplot)

<i>idxcouleur</i>	couleur
0	blanc (invisible)
1	noir
2	rouge
3	vert
4	bleu
5	jaune
6	magenta (rouge-rose)
7	cyan (turquoise)
8	blanc (invisible)

extract *fichdest* [=] *fichnom* [*x*₁ : *x*₂]

extraire la portion couvrant l’intervalle de *x*₁ à *x*₂ (inclus) du fichier *fichnom* et attribuer le résultat au fichier *fichdest*; attention aux blancs impératifs autour du signe ‘=’

stat *fichnom*

stat *fichnom* [*x*₁ : *x*₂]

afficher des informations statistiques (moyenne, déviation standard, moments, etc.) du fichier *fichnom*, soit en entier, ou, si spécifié, relatif à l’intervalle de *x*₁ à *x*₂ (inclus)

Quelques particularités

- Les **arguments des fonctions trigonométriques** sont à exprimer en degrés sous MIDAS ; sous FORTRAN, comme en mathématiques en général, ils sont en radians. Le cas échéant, il faut donc veiller à interpréter correctement les valeurs de paramètres produits par des programmes FORTRAN, tels que `ajuste.f`, avant de les utiliser dans MIDAS.
- Le **logarithme Népérien** se note `ln(arg)` sous MIDAS.

Quelques procédures supplémentaires

tfd *Real_f Imag_f Real_TF Imag_TF*

calcule la transformée de Fourier directe de la fonction f , de parties réelle *Real_f* et imaginaire *Imag_f* ; la partie réelle de la transformée de f est retournée dans *Real_TF*, la partie imaginaire dans *Imag_TF*

tfi *Real_f Imag_f Real_IF Imag_IF*

calcule la transformée de Fourier inverse de la fonction f , de parties réelle *Real_f* et imaginaire *Imag_f* ; la partie réelle de la transformée inverse de f est retournée dans *Real_IF*, la partie imaginaire dans *Imag_IF*

expand *fichnom fichdest n*

compléter le fichier *fichnom* de manière à ce qu’il contienne n points et sauver le résultat dans le fichier *fichdest*

fortran *source*

compiler le code FORTRAN *source.f* (p.ex., `genfunc.f`, `ajuste.f`)

genfunc *fichdest*

générer une fonction (filtre, fenêtre) avec `genfunc.f` et sauver le résultat dans *fichdest*

ajuste *fichnom sigma fichmod a₁, a₂, ...*

ajuster le modèle défini dans `ajuste.f` aux données du fichier *fichnom*, en utilisant les barres d’erreur (bruit) *sigma* et les valeurs a_1, a_2, \dots comme estimations des valeurs initiales des paramètres ; attention : pas de blancs autour des virgules de la liste des paramètres.