

ASTROPHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la stabilité des étoiles supermassives au voisinage de la masse critique.* Note (\*) de M. **Richard Scufflaire**, transmise par M. Pol Swings.

Le calcul complet des modes normaux de perturbation linéaire radiale d'étoiles supermassives de masses voisines de la masse critique d'instabilité révèle l'existence d'une transformation continue d'un mode de type dynamique à un mode de type séculaire et réciproquement lorsqu'on fait varier la masse.

Iben <sup>(1)</sup> et Fowler [<sup>(2)</sup>, <sup>(3)</sup>] ont montré que les étoiles supermassives de masses suffisamment élevées étaient dynamiquement instables par suite des effets de relativité générale. L'utilisation de critères de stabilité approchés a permis de situer approximativement cette masse critique [<sup>(4)</sup>, <sup>(5)</sup>]. Elle est de l'ordre de  $5 \cdot 10^5 M_{\odot}$  (masses solaires). D'autre part, Appenzeller et Kippenhahn <sup>(6)</sup>, utilisant un critère approximatif de stabilité séculaire ont établi que les étoiles supermassives de masses suffisamment élevées étaient séculairement instables et Demaret et Ledoux <sup>(7)</sup> ont mis en évidence l'existence d'un lien entre l'apparition de ces deux types d'instabilité. Mais jusqu'à présent, ce problème n'a pas fait l'objet de calculs détaillés.

Nous avons considéré une série de modèles de séquence principale d'étoiles supermassives de masse comprise entre  $10^5$  et  $10^6 M_{\odot}$  décrits en détail ailleurs [<sup>(8)</sup>, <sup>(9)</sup>]. Nous en avons étudié les perturbations linéaires radiales [voir Ledoux et Walraven <sup>(10)</sup>]. Il est nécessaire ici d'écrire les équations de continuité et de mouvement sous leurs formes relativistes <sup>(4)</sup>, bien que les effets de relativité générale sur la structure de l'étoile soient peu marqués. Par contre on peut conserver aux équations de transfert et de conservation de l'énergie leurs formes classiques <sup>(11)</sup>. La dépendance temporelle des perturbations a été décrite sous la forme d'un facteur  $e^{st}$ , où le paramètre  $s$  peut prendre des valeurs complexes. Le problème est ainsi ramené à un problème aux valeurs caractéristiques. Un mode normal de perturbation est instable si la partie réelle de la valeur caractéristique  $s$  correspondante est positive. Si  $s$  est complexe, le mode a un caractère oscillatoire, la fréquence angulaire étant donnée par la partie imaginaire de  $s$ .

On calcule habituellement les modes dynamiques dans l'approximation adiabatique. L'effet des phénomènes thermiques sur le mode considéré est évalué, dans un second temps, comme une petite correction (approximation quasi-adiabatique). Nous avons ainsi calculé les deux modes dynamiques fondamentaux  $D_0^+$  et  $D_0^-$ . Ce sont des modes presque homologues ( $\delta r/r = \text{Cte}$ ). Nos calculs situent la masse critique ( $M_{cr}$ ) à environ  $3,7 \cdot 10^5 M_{\odot}$ . La figure 1 représente les valeurs caractéristiques de ces deux modes en fonction de la masse au voisinage de la masse critique. Lorsque la masse est inférieure à la masse critique, les deux modes sont vibrationnellement instables. Au-dessus de la masse critique, le mode  $D_0^+$  est dynamiquement instable et  $D_0^-$  est stable.

Les modes séculaires sont habituellement calculés en omettant les termes d'accélération dans l'équation de mouvement (approximation quasi-statique), ce qui revient à supposer qu'au cours de la perturbation séculaire l'étoile garde une structure en équilibre

hydrostatique. Cette approximation est justifiée par le fait qu'en général les modes séculaires ont des temps caractéristiques très longs vis-à-vis des phénomènes dynamiques. La figure 2 montre le comportement de la valeur caractéristique du mode séculaire fondamental  $S_0$ , calculé dans cette approximation, au voisinage de la masse critique. Notre calcul confirme l'existence d'une instabilité séculaire pour les masses élevées. La masse

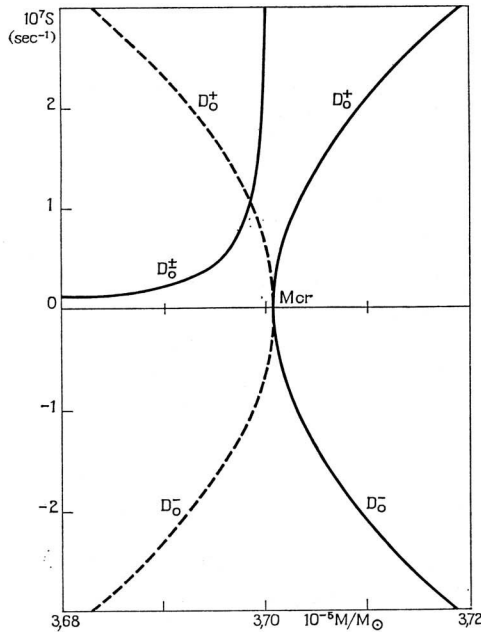


Fig. 1

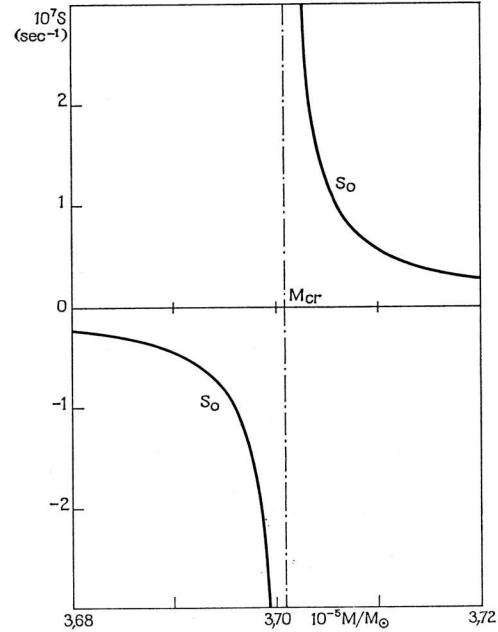


Fig. 2

Fig. 1. — Valeurs caractéristiques des modes dynamiques fondamentaux en fonction de la masse dans l'approximation quasi-adiabatique.

— parties réelles;  
- - - - parties imaginaires.

Fig. 2. — Valeur caractéristique du mode séculaire fondamental en fonction de la masse dans l'approximation quasi-statique.

critique d'instabilité séculaire coïncide avec la masse critique d'instabilité dynamique comme le suggérait la discussion de Demaret et Ledoux (7). Notons que le mode fondamental séculaire est également presque homologue.

Au voisinage immédiat de la masse critique les temps caractéristiques des modes fondamentaux dynamiques et séculaires deviennent du même ordre de grandeur et les approximations quasi-adiabatique et quasi-statique cessent d'être acceptables. Nous avons donc recalculé ces modes sans faire ces hypothèses, grâce à un programme numérique traitant directement le problème linéaire non-adiabatique complet. Nous avons noté  $F_1, F_2, F_3$  les trois modes fondamentaux ainsi obtenus. Notons que l'existence de trois modes fondamentaux est liée au fait que  $s$  satisfait à une équation du troisième degré [(12), (13)]. La figure 3 montre que les valeurs caractéristiques des trois modes évoluent continûment sans prendre des valeurs infinies, au contraire des deux approximations précédentes, au voisinage de la masse critique, qui est d'ailleurs légèrement modifiée. La comparaison avec

les figures 1 et 2 montre que les modes  $F_1, F_2, F_3$  s'identifient avec les modes  $D_0^\pm$  et  $S_0$  de façons différentes selon que la masse est inférieure ou supérieure à la masse critique, comme indiqué au tableau. Au-dessous de la masse critique les modes  $F_1$  et  $F_2$  sont des modes dynamiques que les termes non-adiabatiques rendent vibrationnellement instables. Au-dessus de la masse critique, l'instabilité du mode  $F_1$  est dynamique alors que

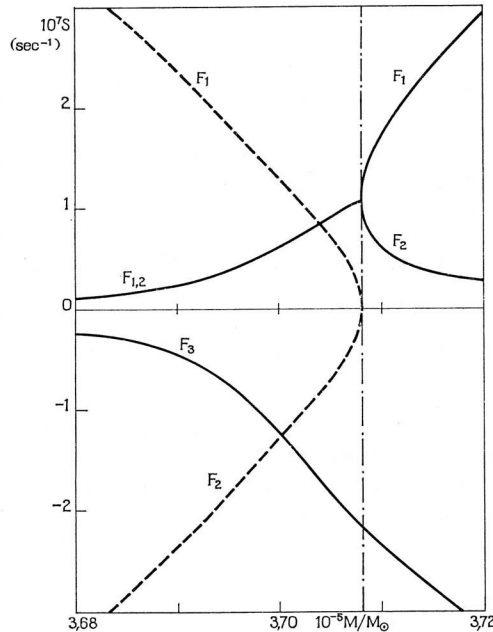


Fig. 3. — Valeurs caractéristiques des trois modes fondamentaux en fonction de la masse.  
 ——— parties réelles;  
 - - - - - parties imaginaires.

celle du mode  $F_2$  est séculaire. Quant au mode stable  $F_3$ , il est de nature séculaire au-dessous de la masse critique et de nature dynamique au-dessus. Au voisinage immédiat de celle-ci, les termes dynamiques et les termes séculaires prennent une part également importante dans la détermination des modes fondamentaux.

TABLEAU

Identification des modes fondamentaux  $F_1, F_2$  et  $F_3$

	$M < M_{cr}$	$M > M_{cr}$	
$F_1$ .....	$D_0^+$	$D_0^+$	} instables
$F_2$ .....	$D^-$	$S_0$	
$F_3$ .....	$S_0$	$D_0^-$	stable

La transformation continue d'un mode de type dynamique en un mode de type séculaire le long d'une séquence de masse a été ainsi, pour la première fois, mise en évidence. La distinction entre modes dynamiques et modes séculaires n'est donc pas absolue. Elle

repose sur la possibilité d'utiliser une approximation, l'approximation quasi-adiabatique pour les modes dynamiques et l'approximation quasi-statique pour les modes séculaires. Quand aucune de ces approximations n'est valable, comme c'est le cas au voisinage immédiat de la masse critique, la distinction ne peut plus être faite.

(\*) Séance du 9 juin 1975.

(1) I. IBEN, *Astrophys. J.* 138, 1963, p. 1090.

(2) W. A. FOWLER, *Rev. Mod. Phys.*, 36, 1964, p. 545.

(3) W. A. FOWLER, 1966, *Supermassive Stars Quasars and Extragalactic Radiosources*, dans *High Energy Astrophysics*, p. 316 (*Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi*, éd. Gratton, Academic Press, New York).

(4) S. CHANDRASEKHAR, *Astrophys. J.*, 140, 1964, p. 417.

(5) W. A., FOWLER, *Astrophys. J.*, 144, 1966, p. 180.

(6) I. APPENZELLER et R. KIPPENHAHN, *Astron. Astrophys.*, 11, 1971, p. 70.

(7) J. DEMARET et P. LEDOUX, *Astron. Astrophys.*, 23, 1973, p. 111.

(8) R. SCUFLAIRE, 1975, *Traitement des perturbations stellaires non adiabatiques et application aux étoiles supermassives*, (Thèse de doctorat, Université de Liège).

(9) R. SCUFLAIRE, (à paraître dans le *Bull. Soc. Roy. des Sciences de Liège*, 1975).

(10) P. LEDOUX et Th. WALRAVEN, *Variable Stars*, dans *Handbuch der Physik*, 51, 1958, p. 353, ed. Flügge, Berlin.

(11) J. DEMARET, *Bull. Acad. Roy. de Belgique, Classe des Sciences*, 5<sup>e</sup> série, 58, 1972, p. 68.

(12) P. LEDOUX, 1963, *Stellar Stability and Stellar Evolution*, dans *Star Evolution*, p. 394, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi*, éd. Gratton, Academic Press, New York).

(13) P. LEDOUX, 1965, *Stellar Stability*, dans *Stars and Stellar Systems*, 8, *Stellar Structure*, p. 499, éd. Aller, McLanghlin, University of Chicago Press.

*Institut d'Astrophysique,  
avenue de Cointe 5,  
B-4200 Cointe-Ougrée,  
Belgique.*